**Aufgabe 5.15** Schreiben Sie $(a+b)^4$ in Normalform. Berechnen Sie auf zwei Arten:

a) $(a+b)^3(a+b)$

b) $\left((a+b)^2\right)^2$

**Aufgabe 5.16** a) Schreiben Sie die Koeffizienten der Normalform von $(a+b)^n$ für $n = 0, 1, 2, 3, 4$ in folgende Tabelle:

$(a+b)^0$ ___

$(a+b)^1$ ___ ___

$(a+b)^2$ ___ ___ ___

$(a+b)^3$ ___ ___ ___ ___

$(a+b)^4$ ___ ___ ___ ___ ___

$(a+b)^5$ ___ ___ ___ ___ ___ ___

$(a+b)^6$ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

$(a+b)^7$ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

b) Stellen Sie eine Vermutung auf, wie die Koeffizienten für $n = 5, 6$ und $7$ aussehen und tragen Sie diese in der Tabelle ein.

c) Versuchen Sie Ihre Vermutung zu beweisen, indem Sie die Identität $(a+b)^n = (a+b)^{n-1}(a+b)$ nutzen.

**Merke** Pascal'sches Dreieck

Die Tabelle oben wird **Pascal'sches Dreieck** genannt. Es hat die Eigenschaft, dass jede Zahl gleich ✎

**Aufgabe 5.17** Mit Hilfe des Pascal'schen Dreiecks, berechnen Sie die Normalform von

a) $(x-2)^5$

b) $(2x+3)^6$

*Hinweis: Sie dürfen die Koeffizienten auch als Produkt von Potenzen schreiben.*

**Aufgabe 5.18** Bilden Sie die Summe für jede Zeile des Pascal'schen Dreiecks.

a) Was stellen Sie fest?

b) Beweisen Sie Ihre Feststellung. *Hinweis: Benutzen Sie dazu entweder die Eigenschaft des Pascal'schen Dreiecks oder setzen Sie geeignete Zahlen für $a$ und $b$ ein.*

**Aufgabe 5.19** Was erhält man, wenn man bei einer Zeile des Pascal'schen Dreiecks die Zahlen von links nach rechts abwechslungsweise addiert und subtrahiert? *Hinweis: Man nennt dies eine* **alternierende** *Summe.* Was vermuten Sie? Können Sie Ihre Vermutung beweisen? *Hinweis: Betrachten Sie* $(1-1)^n$.

**Aufgabe 5.20** Es gilt: $(a+b)^n = (a+b)\cdot(a+b)\cdot\ldots\cdot(a+b)$.

a) Beim vollständigen ausmultiplizieren entsteht ein Polynom. Was sind die Grade der einzelnen Monome und warum?

b) Begründen Sie folgende Aussage: Der Koeffizient vom Monom mit Namen $a^2b^4$ in der Normalform von $(a+b)^6$ entspricht genau der Anzahl Möglichkeiten aus 6 Objekten 2 Objekte auszuwählen.

c) Begründen Sie folgende Aussage: Der Koeffizient vom Monom mit Namen $a^kb^{n-k}$ in der Normalform von $(a+b)^n$ entspricht genau der Anzahl Möglichkeiten aus $n$ Objekten $k$ Objekte auszuwählen.