Lösung zu Aufgabe 5.7 ex-polynom-produkt

Der Grad des Produkts entspricht dem höchsten Grad aller Monome. Das Monom mit höchstem Grad wird gebildet als Produkt der beiden Monome mit höchstem Grad. Also auch hier addieren sich die Grade.

Lösung zu Aufgabe 5.8 ex-polynom-produkt-ausnahme

Nach unserer Definition ist der Grad einer Konstante (also einer rellen Zahl) Null. Ist die Konstante aber selbst Null, ist auch das Produkt Null, unabhängig vom anderen Faktor. Der Grad des Produkts ist also auf jeden Fall Null, wenn einer der beiden Faktoren Null ist.

Würde man den Grad vom Monom 0 als $-\infty$ (minus unendlich) definieren, ergäbe die Addition der Grade ebenfalls $-\infty$ und somit den Grad des Produkts.

Lösung zu Aufgabe 5.9 ex-binomische-formeln-anwenden

a) $(xy+y^2)^2 = x^2y^2+2xy^3+y^4$

b) $\left(\frac{3}{4}a+\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{9}{16}a^2+2a+\frac{16}{9}$

c) $(2e+3f)^2 = 4e^2+12ef+9f^2$

d) $\left(\sqrt{2}a+b\right)^2 = 2a^2+2\sqrt{2}ab+b^2$

e) $(y-z)^2 = y^2-2yz+z^2$

f) $\left(xy-y^2\right)^2 = x^2y^2-2xy^3+y^4$

g) $(4ef-3fe)^2 = e^2f^2$ nicht vereinfacht $(16e^2f^2-24e^2f^2+9e^2f^2)$

h) $\left(\frac{c}{d}+\frac{d}{c}\right)^2 = \frac{c^2}{d^2}+2+\frac{d^2}{c^2}$ (kein Polynom)

i) $(y+x)(y-x) = -x^2+y^2$ (Normalform x vor y)

j) $(-b+c)(b+c) = -b^2+c^2$

k) $(-e-f)(-e+f) = e^2-f^2$

l) $(a+b)(-a-b) = (a+b)\cdot(-1)\cdot(a+b) = -(a+b)^2 = -a^2-2ab-b^2$

Lösung zu Aufgabe 5.10 ex-binomische-formeln-umkehren

a) $g^2+e^2-2ge = (g-e)^2$

b) $u^2v^2-(vu)^2 = 0$ bzw. zuerst $(uv-vu)(uv+vu)$

c) $25b^2+16a^2-40ab = (5b-4a)^2$

d) $4a^2b+a^4+4b^2 = (a^2+2b)^2$

e) $x^{10}-y^{10} = (x^5+y^5)(x^5-y^5)$

f) $16a^4-25 = (4a+5)(4a-5)$

g) $x^2-2x+1 = (x-1)^2$

h) $4+y^4+4y$ (nicht faktorisierbar). Wenn man die Aufgabenstellung "korrigiert" zu $4+y^4+4y^2$ kann man faktorisieren, nämlich $(2+y)^2$.

i) a^2+b^2 (nicht faktorisierbar). Auch wenn man $(a+b)^2-2ab$ schreibt, hat man immer noch eine Summe.

Lösung zu Aufgabe 5.11 ex-binomische-formeln-faktorisieren

a) $6a^4b^2+6a^2b^4-12a^2b^2 = 6a^2b^2(a^2+b^2-2)$

b) $g^8-h^8 = (g^4+h^4)(g^4-h^4) = \ldots = (g^4+h^4)(g^2+h^2)(g+h)(g-h)$

c) $(a+b)^2+(a-b)^2-4b^2 = a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2-4b^2 = 2(a^2-b^2) = 2(a+b)(a-b)$

d) $(x+y)x^2-y^2(x+y) = (x+y)(x^2-y^2) = (x+y)^2(x-y)$

e) $t^5-2t^3+t = t(t^4-2t^2+1) = t(t^2-1)^2$

f) $a^3b-ab^3 = ab(a^2-b^2) = ab(a+b)(a-b)$

Lösung zu Aufgabe 5.12 ex-binomische-formeln-eine-reicht

$(a+(-b))^2 = a^2+2a(-b)+(-b)^2 = a^2-2ab+b^2$