Alternativ betrachtet man den Ausdruck $(1+1)^n$. Wenn man diesen Ausdruck vollständig ausmultiplizert (mit Hilfe des Pascaldreiecks) erhält man genau die Summe aller Koeffizienten. Es gilt natürlich dass $(1+1)^n = 2^n$.

Lösung zu Aufgabe 5.19 ex-binomische-formeln-pascal-dreieck-alternierende-zeilensumme

Die alternierende Summe ergibt Null, ausser für die oberste Zeile (Zeile zu $(a+b)^0$).

Entwickelt man $(1-1)^n$ erhält man absteigende Potenzen von (-1), d.h. die Koeffizienten erhalten abwechslungsweise ein positives und negatives Vorzeichen. D.h. die Entwicklung von $(1-1)^n$ ist genau die alternierende Summe. Für $n \geq 1$ ist $(1-1)^n = 0$.

Hinweis: 0^0 ist nicht definiert. Es wird aber hin und wieder als 1 angenommen, womit das Pascal'sche Dreieck auch für diesen Spezialfall seine Gültigkeit bewahrt.

Lösung zu Aufgabe 5.20 ex-binomische-formeln-pascal-dreieck-n-choose-k

a) Der Grad ist immer n, weil immer n Variablen miteinander multipliziert werden.

b) $(a+b)^6 = (a+b)\cdot(a+b)\cdot\ldots\cdot(a+b)$. Beim Ausmultiplizieren wird jeweils aus jeder Klammer ein Glied ausgewählt und alle zusammen multipliziert. Um a^2b^4 zu erhalten, muss aus genau zwei Klammern ein a ausgewählt werden (und aus den anderen ein b). Addiert man alle diese Möglichkeiten erhält man den Koeffizienten von a^2b^4 (in diesem Fall 15, siehe im Pascal'schen Dreieck). Ob man nun 2 aus 6 Klammern oder 2 Objekte aus 6 auswählt, spielt für die Anzahl Möglichkeiten keine Rolle.

c) Wie oben, addiert man alle Möglichkeiten, aus n Klammern k Klammern mit dem a auszuwählen.

Lösung zu Aufgabe 5.21 ex-binomische-formeln-anwenden-bis-zum-abwinken

a) $25d^6 + 50f^3d^3 + 25f^6$
b) $g^4 - 10m^2g^3 + 25m^4g^2 + 10x^3og^2 - 50x^3om^2g+$
c) $25j^6 - r^4d^4$
d) $25w^4d^4 - 40w^2i^3d^2 + 16i^6$
e) $9u^2l^2 + 18zul + 9z^2$
f) $d^2a^4 - 4e^2$
g) $4i^6 + 8p^3ji^3 + 4p^6j^2$
h) $n^6 + 6rn^3 + 9r^2$
i) $4w^4 - 9l^6$
j) $9d^4 - 6so^3d^2 + s^2o^6$
k) $16o^6a^2 + 32o^3n^2a + 16n^4$
l) $9a^6 - 16u^6$
m) $25c^6 - 40jhc^3 + 16j^2h^2$
n) $4l^6 - 4t^3o^2l^3 + t^6o^4$
o) $16x^4p^6 - 25w^4$
p) $g^6 - 6k^2g^3 + 9k^4$
q) $16z^6h^2 + 32z^3x^2h + 16x^4$
r) $25r^4k^2 - 25z^6t^2$
s) $4a^2 + 4j^3a + j^6$
t) $9o^6d^4 - 6o^3f^2ed^2 + f^4e^2$
u) $z^4 - 9s^6$
v) $c^6 - 8x^2d^3c^3 + 2yi^3c^3 + 16x^4d^6 - 8yx^2i^3$
w) $9l^4d^6 + 18xl^2d^3 + 9x^2$
x) $25v^2d^4 - 4i^4$

Lösung zu Aufgabe 5.22 ex-binomische-formeln-umkehren-bis-zum-abwinken

a) $\left(kb - n^2\right)^2$
b) $\left(2x^3k + y^3\right)^2$
c) $\left(2o^3 - 3qp^2\right)\left(2o^3 + 3qp^2\right)$
d) $\left(2x^2i + 5z^3\right)^2$
e) $\left(4a^2 - l\right)^2$
f) $\left(m^2d^3 - ur\right)\left(m^2d^3 + ur\right)$
g) $\left(5a - 4n^3\right)^2$
h) $\left(3f^3 + 4mh^3\right)^2$
i) $\left(3v - 5d^2\right)\left(5d^2 + 3v\right)$
j) $\left(5yv^2 - 2z\right)^2$
k) $\left(j^2 - y^3\right)^2$
l) $\left(-5u - x^3w\right)\left(5u - x^3w\right)$
m) $\left(3m^3e^3 + r^2f^3\right)^2$
n) $\left(4b^3 + t^3d^3\right)^2$
o) $\left(-2m^3b^2 - 3l\right)\left(2m^3b^2 - 3l\right)$
p) $\left(k + 3wm^2\right)^2$
q) $\left(2u^3e - qk^3\right)^2$
r) $\left(-n^2h - 2s^3\right)\left(2s^3 - n^2h\right)$
s) $\left(b^2 + e^2\right)^2$
t) $\left(3c^2 + 2r^2\right)^2$
u) $\left(-4v^2i^2 - 3s\right)\left(3s - 4v^2i^2\right)$
v) $\left(wc^3 + oh^2\right)^2$
w) $(l - y)^2\left(l^2 + yl + y^2\right)^2$
x) $\left(-2a^2 - 3yu^3\right)\left(2a^2 - 3yu^3\right)$