Lösung zu Aufgabe 8.4 ex-flaechenverwandlung

a) $h^2 = pq$. Die Rechtecksseiten entsprechen p und q. Damit kann die Seite $c = p + q$ hingelegt werden (Punkte A, B). Die Höhe als 1.g.O.f.C kann eingezeichnet werden. Der Thaleskreis über $[AB]$ ist der 2.g.O.f.C. Das Quadrat über h ist nun flächengleich.

b) $a^2 = cp$. Die längere Rechtecksseite entspricht c, die kürzere p. Damit kann die Seite c (Punkte A, B) und die Höhe h auf c (1.g.O.f.C) eingezeichnet werden. Der Thaleskreis über $[AB]$ ist der 2.g.O.f.C. Das Quadrat über a ist nun flächengleich.

c) $h^2 = pq$. Eine Quadratseite entspricht h (Punkt C und Höhenfusspunkt H), der Hypotenusenabschnitt p entspricht der Rechtecksseite x. Damit kann B konstruiert werden und die Seite b rechtwinklig zu a in C abgetragen werden, ergibt A und den gesuchten Hypotenusenabschnitt $q = [AH]$.

d) Je nachdem, ob $x < s$ oder $x > s$ ergibt sich eine andere Konstruktion.
Fall 1: $x > s$. Kathetensatz: $a^2 = cp$. Die Seite $c = x$. Eine Quadratseite entspricht der Seite a (Punkte B und C). Die Seite b kann also hingelegt werden (1.g.O.f.A). Der Kreis $k(B, s)$ ist der 2.g.O.f.A. Der Höhenfusspunkt auf c kann nun konstruiert und der gesuchte Hypotenusenabschnitt p abgelesen werden.
Fall 2: $x < s$. Kathetensatz: $a^2 = cp$. In diesem Fall $p = x$. Das Dreieck $\triangle BCH$ kann konstruiert werden (Thaleskreis über $[BC]$ geschnitten mit $k(B, x)$ ergibt H. Das Dreieck ABC kann nun ergänzt und die gesuchte Seite c kann abgelesen werden.

Lösung zu Aufgabe 8.5 ex-rechtwinklig-gleischschenkliges-dreieck

a) $c^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$, also $c = \sqrt{2}a$.

b) Aus $c = \sqrt{2}a$ erhält man $a = \frac{c}{\sqrt{2}} = \frac{c\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot c$.

Lösung zu Aufgabe 8.6 ex-30-60-90-dreieck

Erst ist zu bemerken, dass das 30°, 60°, 90° Dreieck ein halbes gleichseitiges Dreieck ist, d.h. $a = \frac{1}{2}c$.

$\boxed{a \text{ gegeben}}$: $c = 2a$ und $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{3a^2} = \sqrt{3} \cdot a$.

$\boxed{b \text{ gegeben}}$: Aus $b = \sqrt{3}a$ erhält man $a = \frac{b}{\sqrt{3}} = \frac{b\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot b$.
Und aus $c = 2a$ folgt $c = \frac{2\sqrt{3}}{3}b$.

$\boxed{c \text{ gegeben}}$: $a = \frac{1}{2}c$ und (aus Teilaufgabe a)) $b = \sqrt{3}a = \frac{\sqrt{3}}{2}c$. (Oder etwas komplizierter, via Satz von Pythagoras: $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{c^2 - \frac{c^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}c^2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}c = \frac{\sqrt{3}}{2}c$.)

Lösung zu Aufgabe 8.7 ex-pythagoras-angelikas-sammlung

1. a) Katheten mit Länge 3 und 5, dann ist das Hypotenusenquadrat die Lösung
   b) Kathete mit Länge 3, Hypotenuse mit Länge 5, dann ist das andere Kathetenquadrat die Lösung
2. Flächenverwandlung Rechteck → Quadrat (z.B. mit Hilfe des Höhensatzes, wobei ein rechtwinkliges Dreieck mit Hypotenusenabschnitt 3 und a) $\frac{3}{2}$, b) 6 und c) 9 zu konstruieren ist. Die Höhe ist dann die gesuchte Quadratseite).
3. a) z.B. $5 = 1^2 + 2^2$ oder $5 = 3^2 - 2^2$ oder $5 = 1 \cdot 5$. b) $27 = 6^2 - 3^2$ oder $5^2 + 1^2 + 1^2$ oder $27 = 3 \cdot 9$.
4. 13.9 cm (Halbe Diagonale im Rechteck, zu berechnen mit dem Satz von Pythagoras).
5. 35.7 km. Sei M der Erdmittelpunkt, L die Spitze des Leuchtturms, T der Berührungspunkt der Tangente durch L an $k(M, r_e)$. Im $\triangle MLT$ gilt: $\overline{LT}^2 = \overline{ML}^2 - \overline{MT}^2 = (r_e + l)^2 - r_e^2$.
6. Alle Angaben in km. Erdradius $r = 6370$, Distanz $d = 12.2$. Die gesuchte Tiefe ist $r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} \approx 0.0029207$. Also knapp 3m.
7. maximal 2.32 m. Entscheidend ist die Rechtecksdiagonale bei Schrank. Diese darf höchstens gleich lang wie der Raum hoch sein.