8. $s_a = \sqrt{\frac{a^2}{4} + b^2} = \sqrt{109} = 10.44$, $s_b = \sqrt{a^2 + \frac{b^2}{4}} = \sqrt{61} = 7.81$. Die Schwerlinien sind Hypotenusen in rechtwinkligen Dreiecken!
   $s_c = \frac{c}{2} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2} = \frac{\sqrt{136}}{2} = 5.83$ C liegt auf dem Thaleskreis und damit ist s_c ein Radius. Das gilt natürlich nur im rechtwinkligen Dreieck!
9. $a = 39$ $b = 25$. Seien H der Höhenfusspunkt und M_c die Seitenmitte von c. HM_c ist Kathete im $\triangle HM_cC$. $\overline{HM_c} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$. Damit ist $\overline{HA} = \frac{c}{2} - \overline{HM_c} = 28 - 8 = 20$. b ist Hypotenuse im $\triangle AHC$. $b = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25$. a ist Hypotenuse im $\triangle HBC$. $a = \sqrt{15^2 + 36^2} = 39$.
10. a) z.B. $61 = 6^2 + 5^2$ b) z.B. $153 = 12^2 + 3^2$ c) $7 = 4^2 - 3^2$
11. Die Distanz zweier Punkte kann mit Hilfe des Satzes von Pythagoras berechnet werden. Z.B. ist die Strecke $[AB]$ die Hypotenuse und die Katheten sind parallel zu den Achsen. Deren Länge entspricht dann genau der Differenz der jeweiligen Koordinaten. Berechnet man diese Längen, stellt man fest, dass die Summe der Quadrate von zweien die dritte ergeben und damit ist das Dreieck rechtwinklig.
12. rechtwinklig, Fläche 20.
13. Dreieck in ein flächengleiches Rechteck umwandeln. Dann Höhen- oder Kathetensatz anwenden.
14. Höhen- oder Kathetensatz anwenden
15. a) 17.85 km (Lösung analog zu Aufgabe 5). b) 37.39 km (Lösung ganz ähnlich zu Aufgabe 6).

Lösung zu Aufgabe 8.8 ex-satzgruppe-pythagoras-figuren

a) Der Kreisbogen ist ein Thaleskreis über $[PR]$, damit ist $\triangle PRB$ rechtwinklig. Damit gilt der Höhensatz und so ist $\overline{AB} = \sqrt{ab}$.

$\overline{MB} = \overline{MR} = \frac{a+b}{2}$ (Kreisradien).

Der Kathetensatz im $\triangle MAB$ besagt: $\overline{MB} \cdot \overline{CB} = \overline{AB}^2$ und damit $\overline{CB} = \frac{\overline{AB}^2}{\overline{MB}} = \frac{ab}{\frac{a+b}{2}} = \frac{2ab}{a+b}$

b) Im $\triangle M_{AB}BC$ gilt: $\overline{M_{AB}B} = \sqrt{a^2 - h_c^2} = \sqrt{80 - 64} = \sqrt{16} = 4$.

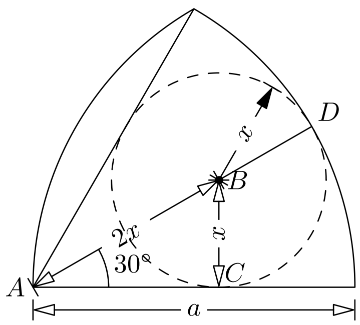
Im $\triangle M_{AB}M_1A$ gilt: $r^2 = \overline{M_{AB}A}^2 + (h_c - r)^2$. Eingesetzt:

$$
\begin{aligned}
r^2 &= 4^2 + (8-r)^2 \\
r^2 &= 16 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot r + r^2 && \mid -r^2 \\
0 &= 80 - 16r && \mid +16r \\
16r &= 80 && \mid :16 \\
r &= 5
\end{aligned}
$$

Der Punkt D liegt auf dem Thaleskreis über $M_{AB}C$ und damit ist $[M_{AB}D]$ die Höhe im rechtwinkligen $\triangle AM_{AB}C$. Der Kathetensatz besagt: $a \cdot s = h_c^2$ und damit ist $s = \frac{h_c^2}{a} = \frac{64}{4\sqrt{5}} = \frac{16}{\sqrt{5}} = \frac{16\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{16\sqrt{5}}{5}$

Lösung zu Aufgabe 8.9 ex-pythagoras-fuellkreise

a)



$\triangle ABC$ ist ein 30°-60° Dreieck und damit ist $\overline{AB} = 2\overline{CB}$. Weiter ist $\overline{AD} = a = 3x$ und damit ist $x = \frac{1}{3}a$.