



15 Quadratische Gleichungen und Funktionen

15.1 Quadratische Gleichungen

✂ **Aufgabe 15.1** (Aufgabe aus dem Altbabylonischen Reich, ca. 4000 Jahre alt¹)

Wie lang sind die Seitenlängen eines Rechtecks, bei dem die Summe von Länge und Breite 14 ergibt und dessen Fläche 48 ist?

Definition 15.1 Quadratische Gleichung

Eine **quadratische Gleichung** ist eine Gleichung, die auf die Form

$$ax^2 + bx + c = 0$$

gebracht werden kann für geeignete reelle Zahlen $a, b, c \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$.

15.2 Quadratisches Ergänzen

✂ **Aufgabe 15.2** Lösen Sie der Reihe nach die folgenden **quadratischen Gleichungen**. Die Gleichungen a) bis t) haben jeweils zwei Lösungen. Lösen Sie die Gleichungen u) bis x) ohne Diskussion der Spezialfälle.

- | | | | |
|------------------------|-------------------------|-----------------------|------------------------|
| a) $x^2 = 4$ | b) $x^2 = 2$ | c) $2x^2 = 3$ | d) $2x^2 = 16$ |
| e) $x^2 + 1 = 10$ | f) $x^2 - 1 = 10$ | g) $(x + 1)^2 = 4$ | h) $(x + 1)^2 = 2$ |
| i) $3(x + 1)^2 = 27$ | j) $x^2 + 2x + 1 = 9$ | k) $x^2 + 2x = 8$ | l) $2x^2 + 4x + 2 = 8$ |
| m) $x^2 - 2x + 1 = 16$ | n) $x^2 - 4x + 4 = 9$ | o) $x^2 - 4x = 5$ | p) $x^2 - 6x = 16$ |
| q) $3x^2 - 6x = 3$ | r) $2x^2 - 12x + 7 = 0$ | s) $-3x^2 + 18x = 12$ | t) $x^2 + x - 1 = 0$ |
| u) $ax^2 + c = 0$ | v) $x^2 + bx = 0$ | w) $x^2 + bx + c = 0$ | x) $ax^2 + bx + c = 0$ |

✂ **Aufgabe 15.3** (Aufgabe aus dem Algebra-Buch von al-Chwarizmi, etwa 825 n. Chr.²)

Bestimme alle Lösungen der Gleichung

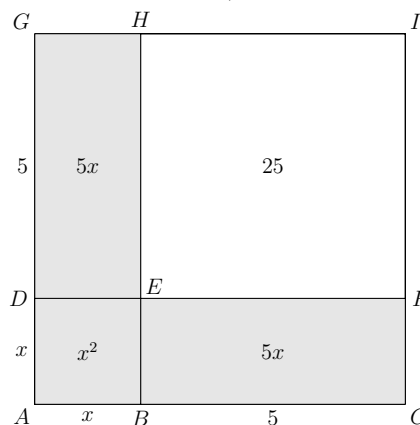
$$x^2 + 10x = 39$$

und interpretiere deinen Lösungsweg mit Hilfe der Zeichnung rechts geometrisch!

Wo und wieso hast du «quadratisch ergänzt»?

Bonus: Formuliere eine Textaufgabe, zu deren Lösung man die obige Gleichung aufstellen würde!

Hinweis: Verwende das hoffentlich in Aufgabe 15.2 erlernte Verfahren.



¹https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratische_Gleichung#Geschichte, abgerufen am 28.02.2023

²https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratische_Gleichung#Geschichte, abgerufen am 28.02.2023