Aufgabe 15.23 Skizzieren Sie, jeweils ausgehend vom Graphen der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$, die Graphen der folgenden Funktionen.

a) $g(x) = -\sqrt{x}$ b) $h(x) = \sqrt{-x}$ c) $i(x) = -\sqrt{2x}$ d) $j(x) = -\frac{1}{3}\sqrt{-x}$

15.8 Scheitel und Öffnungsfaktor

Merke 15.12

Der **Öffnungsfaktor** einer quadratischen Funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$ ist die Zahl a.
Ist der Öffnungsfaktor
- **positiv**, so ist die Parabel nach oben geöffnet;
- **negativ**, so ist die Parabel nach unten geöffnet.

Ein betragsmässig
- grosser Öffnungsfaktor bedeutet eine «enge» Parabel (Beispiele: $f(x) = 50x^2$ oder $f(x) = -1000x^2$);
- kleiner Öffnungsfaktor bedeutet eine «weit geöffnete» Parabel (Beispiele: $f(x) = \frac{1}{70}x^2$ oder $f(x) = -0.001x^2$);

Aufgabe 15.24 Im Folgenden sei $f(x) = ax^2 + bx + c$ eine allgemeine quadratische Funktion mit $a \neq 0$.

a) Bestimmen Sie die x-Koordinate des Scheitels von f.
Vorgehen: Klammern Sie zuerst a aus und benutzen Sie dann Aufgabe 15.20.

b) Wie können die Lösungen von $f(x) = 0$ geometrisch interpretiert werden?

c) Was ist der Durchschnitt (= das arithmetische Mittel, wie Notendurschnitt) der Lösungen der Gleichung $f(x) = 0$?
Was hat das mit dem Scheitelpunkt zu tun und warum?
Bonus: In dieser und der vorigen Aufgabe: Was passiert, wenn man die Zahl Null in der Gleichung $f(x) = 0$ durch eine beliebige andere Zahl, etwa 17, ersetzt?

Merke 15.13

Der Scheitel der quadratischen Funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$ hat die x-Koordinate $-\frac{b}{2a}$.

15.9 Repetitionsaufgaben

Aufgabe 15.25 Lösen Sie die folgenden Gleichungen, indem Sie sie jeweils auf die Form «Produkt gleich Null» bringen:

a) $(x^3 + 2x^2 + x)(x^2 - 3x + 2) = 0$ b) $x^3 + 12x = 7x^2$

c) $(x^2 - 2)(x^3 - x) = 0$ d) $x^4 + 4 = 4x^2$

Aufgabe 15.26 Hinweis: Die x-Koordinate des Scheitels der Parabel $f(x) = ax^2 + bx + c$ ist $\frac{-b}{2a}$ (nach Merke 15.13).

a) In einer Turnhalle wird ein Volleyball zum Zeitpunkt $t = 0$ senkrecht nach oben geworfen. Die Höhe des Balls in Metern über dem Boden kann durch die Funktion $h(t) = 1 + 12t - 5t^2$ beschrieben werden.
Welche Höhe hat der Ball beim Loslassen (= Start des Wurfs)?
Wann stösst der Ball an die Decke, die sich 8m über Boden befindet? Wie interpretieren Sie die zweite Lösung?
Wenn die Decke nicht wäre, welche höchste Höhe würde der Ball erreichen?
Skizzieren Sie die Funktion h.

b) (Variante des isoperimetrischen Problems) Zeigen Sie, dass unter allen Rechtecken mit Umfang 4 das Einheitsquadrat den grössten Flächeninhalt hat.