Lösung zu Aufgabe 15.11 ex-gleichungen-faktorisieren

a) $(x+3)(x+8)=0$, also $x+3=0$ oder $x+8=0$ und damit $x_1=-3$, $x_2=-8$.
b) Ausmultiplizieren, x subtrahieren, faktorisieren: $(x+4)(x+6)=0$, also $x_1=-4$, $x_2=-6$.
c) $(x-4)(x+8)=0$, also $x_1=4$, $x=-8$.
d) Durch 3, alles auf eine Seite: $(x+5)(x-6)=0$, also $x_1=-5$, $x_2=6$.
e) $2x$ subtrahieren, x ausklammern: $x(x^2-2)=0$, also $x=0$ oder $x^2-2=0$, also $x_1=0$, $x_2=-\sqrt{2}$, $x_3=\sqrt{2}$.
f) Ausquadrieren, 4 subtrahieren, x ausklammern: $x(x+4)=0$, also $x_1=0$, $x_2=-4$.

:

Lösung zu Aufgabe 15.12 ex-gleichungen-faktorisieren-hq

a) $x(x+7)(x-3)=0$, also $x_1=0$, $x_2=-7$, $x_3=3$.
b) $(x+1)(x+3)(x+2)(x+4)=0$, also $x_1=-1$, $x_2=-2$, $x_3=-3$, $x_4=-4$.
c) $(x^2+1)^2=0$, also $x^2=-1$ und damit $\mathbb{L}=\varnothing$.
d) Durch 4, minus $24x$, x ausklammern: $x(x^4-x^2-6)$. Schreibt man in der Klammer y anstelle von x^2, erhält man: $x(y^2-y-6)=x(y-3)(y+2)$. Ersetzt man wieder y durch x^2 erhält man: $x(x^2-3)(x^2+2)=0$ und damit $x_1=0$, $x_{2,3}=\pm\sqrt{3}$. (Der letzte Klammerausdruck x^2+2 ist stets positiv und somit nie Null).
e) $(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})\cdot x\cdot(x+5)(x-6)=0$, also $x_{1,2}=\pm\sqrt{2}$, $x_3=0$, $x_4=-5$, $x_5=6$.
f) $(x^2+2)\cdot x\cdot(x^2+1)=0$. Die beiden Klammerausdrücke sind immer positiv, die einzige Lösung ist also $x=0$.

Lösung zu Aufgabe 15.13 ex-schnitt-normalparabel-gerade

Die x-Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen zweier Funktionen erhält man, indem man die Funktionsterme (y-Koordinaten) gleichsetzt.

a) $x^2=x+1$, Lösungen $x_1=-\frac{1}{2}$, $x_2=\frac{3}{2}$. Für die y-Koordinaten setzt man die erhaltenen x-Koordinaten in eine der beiden Funktionen ein (in welche spielt keine Rolle, da beide das gleich ergeben müssen).
Schnittpunkte: $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{3}{2},\frac{9}{4}\right)$.
b) $x^2=-\frac{1}{2}x+1$, Lösungen $x_1=\frac{-1-\sqrt{17}}{4}$, $x_2=\frac{-1+\sqrt{17}}{4}$.
Schnittpunkte: $\left(\frac{-1-\sqrt{17}}{4},\frac{\sqrt{17}+9}{8}\right)$ und $\left(\frac{-1+\sqrt{17}}{4},\frac{9-\sqrt{17}}{8}\right)$
c) $x^2=2x-1 \;\Leftrightarrow\; x^2-2x+1=0 \;\Leftrightarrow\; (x-1)^2=0$ also $x=1$ als einzige Lösung. Schnittpunkt $(1,1)$.
d) Die Gleichung $x^2=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ hat keine Lösung. Die Gerade schneidet die Parabel nicht.

Lösung zu Aufgabe 15.14 ex-normalparabel-leitlinie

a) Wegen $\left(-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$ liegt $Q=\left(-\frac{3}{2},\frac{9}{4}\right)$ auf der Normalparabel.
Mit Hilfe einer Skizze berechnet man die Abstände $\overline{\ell Q}=\frac{9}{4}-\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$ und (mit Pythagoras)

$$\overline{BP}=\sqrt{\left(-\frac{3}{2}-0\right)^2+\left(\frac{9}{4}-\frac{1}{4}\right)^2}=\sqrt{\frac{9}{4}+4}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$$