1. Möglichkeit der Scheitelberechnung: Die Funktion ist quadratisch, der Graph also eine Parabel mit Symmetrieachse parallel zur y-Achse. Der Scheitel muss also zwischen t_1 und t_2 (gleiche Höhe) liegen. Also $S = (1.2, h(1.2)) = (1.2, 8.2)$.

2. Möglichkeit der Scheitelberechnung: Durch quadratisches Ergänzen:

$$\begin{aligned}
h(t) &= -5\left(t^2 - \frac{12}{5}t - \frac{1}{5}\right) = \\
&= -5\left((t^2 - \frac{12}{5}t + \ + \left(-\frac{6}{5}\right)^2 - \left(-\frac{6}{5}\right)^2 + \frac{1}{5}\right) = \\
&= -5\left(t - \frac{6}{5})^2 - \left(\frac{6}{5}\right)^2 - \frac{1}{5}\right) \\
&= -5\left(t - \frac{6}{5})^2\right) + \frac{36}{5} + 1 = \\
&= -5(t-1.2)^2 + 8.2
\end{aligned}$$

Woraus man die Scheitelpunktskoordinaten $S = (1.2, 8.2)$ ablesen kann.

3. (einfachste) Möglichkeit der Scheitelberechnung: Die x-Koordinate des Scheitels ist laut der allgemeinen Formel $\frac{-b}{2a} = \frac{-12}{-10} = 1.2$.

(b) **1. Variante:** Die einfachste Variante ist, die Rechteckseiten mit den Längen $(1-x)$ und $(1+x)$ zu beschreiben. Die Fläche ist dann

$$F = (1+x)(1-x) = 1 - x^2$$

Die Fläche ist offensichtlich dann am grössten (nämlich 1), wenn $x = 0$ ist (denn $x^2 \geq 0$ mit Gleichheit genau für $x = 0$), wenn unser Rechteck mit Umfang 4 also das Einheitsquadrat ist.

2. Variante: Ist x die Breite des Rechtecks, so ist $2 - x$ seine Länge (da Breite + Länge = 2 = halber Umfang). Die Fläche des Rechtecks in Abhängigkeit von x ist

$$f(x) = x(2-x) = -x^2 + 2x.$$

Dies ist eine quadratische Funktion und ihr Graph ist eine Parabel, die nach unten geöffnet ist (wegem dem Öffnungsfaktor -1). Die y-Koordinate des Scheitels ist der maximale Wert von f (= grösstmögliche Fläche). Die x-Koordinate des Scheitels ist $\frac{-b}{2a} = \frac{-2}{-2} = 1$.

Also ist das Rechteck mit Seitenlänge 1 und 1 alias das Einheitsquadrat die grösste Fläche unter allen Rechtecken des Umfangs 4.

Lösung zu Aufgabe 15.27 ex-tangenten-repe

(a) Die möglichen Tangenten hängen von p (= der x-Koordinate des Berührpunkts) ab und sind durch $t(x) = 2px - p^2$ beschrieben.

Genau dann liegt unser Punkt $Q = \left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right)$ auf dem Graphen von $t(x) = 2px - p^2$ (= der Tangente zu p), wenn $t\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}$ gilt. Wir formen diese Bedingung um:

$$\begin{aligned}
t\left(\frac{1}{4}\right) &= -\frac{1}{2} \\
2p\frac{1}{4} - p^2 &= -\frac{1}{2} && \left| + \frac{1}{2}\right. \\
-p^2 + \frac{1}{2}p + \frac{1}{2} &= 0 && | \cdot (-2) \\
2p^2 - p - 1 &= 0 \\
p_{1,2} &= \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4}
\end{aligned}$$

Damit lauten die Tangentengleichungen

$$\begin{aligned}
t_1(x) &= 2x - 1 && \text{für } p_1 = 1 \text{ und} \\
t_2(x) &= -x - \frac{1}{4} && \text{für } p_2 = -\frac{1}{2}.
\end{aligned}$$