Lösung zu Aufgabe 14.14 ex-wurzelterme-mit-zahlen-auf-normalform-bringen

a) $\sqrt{240} = \sqrt{2^4 \cdot 3 \cdot 5} = 4 \cdot \sqrt{15}$

b) $\sqrt{35} \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{21} = \sqrt{5 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7} = \sqrt{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2} = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$

c) $\sqrt{8} + \sqrt{32} = \sqrt{2^3} + \sqrt{2^5} = \sqrt{2^2 \cdot 2} + \sqrt{2^4 \cdot 2} = 2 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

d) $\sqrt{4000} = \sqrt{2^5 \cdot 5^3} = 2^2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 5} = 20\sqrt{10}$ oder einfacher: $\sqrt{4000} = \sqrt{400 \cdot 10} = \sqrt{20^2 \cdot 10} = 20 \cdot \sqrt{10}$

e) $\dfrac{6}{\sqrt{3}} = \dfrac{6 \cdot \sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

f) $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\dfrac{18}{12}} = \sqrt{\dfrac{3}{2}} = \sqrt{\dfrac{6}{4}} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

g) $\left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right) \cdot \left(\sqrt{8} - \sqrt{6}\right) = \sqrt{2 \cdot 8} + \sqrt{3 \cdot 8} - \sqrt{2 \cdot 6} - \sqrt{3 \cdot 6} = 4 + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

h) $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{35}}{5}$

Lösung zu Aufgabe 14.15 ex-wurzelterme-mit-zahlen-auf-normalform-mit-binomischer

a) $\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \dfrac{2 \cdot \left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = \dfrac{2 \cdot \left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{5-3} = \sqrt{5}-\sqrt{3}$

b) $\dfrac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = 2 \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{5}$

c) $\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \cdot \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x-y}$

d) $\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} \cdot \dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \dfrac{x+\sqrt{xy}}{x-y}$

Lösung zu Aufgabe 14.16 ex-wurzelgleichungen-easy

a)

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} &= 7 && |(\cdot)^2 \\ x+7 &= 49 && |-7 \\ x &= 42 \end{aligned}$$

Probe: $\sqrt{42+7} = \sqrt{49} = 7$. Also ist 42 eine Lösung der Ursprungsgleichung.

b) Die Gleichung hat keine Lösung.
Man könnte die Gleichung wie Aufgabe a) lösen, die Probe machen und feststellen, dass man eine Scheinlösung erhalten hat. Man könnte aber auch sofort einsehen, dass in der Ausgangsgleichung das Resultat einer Wurzel nie negativ (-7) sein kann.

c)

$$\begin{aligned} \sqrt{x-3} &= \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x+7} && |(\cdot)^2 \\ x-3 &= \frac{4}{2}(x+7) \\ x-3 &= 2x+14 && |-x-14 \\ -17 &= x \end{aligned}$$

Probe: Die rechte Seite ergibt $\sqrt{-20}$, womit diese Gleichung keine Lösung hat.