



12 Strahlensätze und Ähnlichkeit

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit Streckungen (Vergrößerungen und Verkleinerungen) der Ebene (und des Raumes) und dem Studium der dabei auftretenden Verhältnisse von Längen und Flächen (und Volumen).

12.1 Verhältnisse

Definition 12.1 Verhältnis

Das **Verhältnis** einer Grösse a zu einer anderen Grösse b ist der *Quotient* $\frac{a}{b}$ dieser beiden Grössen. Verhältnisse sind reelle Zahlen.

Statt das Verhältnis als $\frac{a}{b}$ zu schreiben, wird oft die Notation

$$a : b$$

und die Sprechweise « a zu b » oder «das Verhältnis von a zu b » verwendet.

Beispiele

- Auf Landkarten wird der Massstab als Verhältnis angegeben, z.B. bedeutet «1:100'000», dass 1 cm auf der Landkarte 100'000 cm in der Wirklichkeit entspricht.
- Mischungen werden oft durch Verhältnisse angegeben. Z.B. besteht Schwarzpulver aus Salpeter, Holzkohle und Schwefel im (Gewichts-)Verhältnis 15 : 3 : 2.

✂ **Aufgabe 12.1** Auf einer Wanderkarte des Massstabs 1:25'000 beträgt die minimale Entfernung von der Kanti bis zum Bodensee 39 cm (Luftlinie). Wie gross ist sie in der Realität in km?

✂ **Aufgabe 12.2** Eine 3 m lange Strecke soll im Verhältnis 3 : 2 geteilt werden. Wie lange sind die beiden Teilstücke?

✂ **Aufgabe 12.3** Wie viel muss wovon abgewogen werden, um 100 g Schwarzpulver herzustellen?

Beispiel einer Verhältnisgleichung Der Durchmesser der Sonne ist etwa 109 Mal so gross wie der Durchmesser der Erde. Wenn man annimmt, dass ein Elefant etwa 6 Meter lang ist und ein Hamster etwa 5.5 cm lang ist, so gilt die Verhältnisgleichung (= Gleichheit von Verhältnissen)

$$(\text{Durchmesser der Sonne}) : (\text{Durchmesser der Erde}) = (\text{Länge eines Elefanten}) : (\text{Länge eines Hamsters})$$

oder etwas salopp:

$$\text{Sonne} : \text{Erde} = \text{Elefant} : \text{Hamster}$$

Merke

Eine Verhältnisgleichung kann wie folgt umgeformt werden:

$$a : b = x : y$$

$$\iff$$

$$\xrightarrow{\cdot by}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$$

$$ay = bx$$

Produkt der Aussenglieder = Produkt der Innenglieder