und $\sqrt[3]{2}^2 x$. Auf Grund der Normierung des Volumens dieses Quaders gilt

$$\begin{aligned} 1 &= x \cdot \sqrt[3]{2} \cdot x \cdot \sqrt[3]{2}^2 \cdot x = 2x^3 && | :2 \\ \frac{1}{2} &= x^3 && | \sqrt[3]{\ } \\ x &= \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \approx 0.7937. \end{aligned}$$

Die Seitenlängen des A0-Quaders betragen als $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ und 1 und $\sqrt[3]{2}$ (jeweils in Metern).

Lösung zu Aufgabe 12.14 ex-strahlensaetze-umgeschrieben

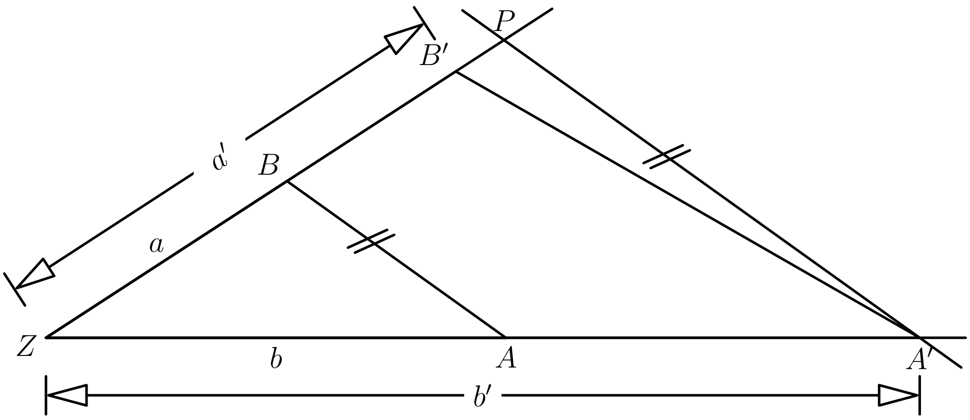
Die vier Verhältnisgleichungen ergeben sich aus den Strahlensätzen durch Vertauschen geeigneter Innenglieder.

Die drei genannten Verhältnisgleichungen besagen: In den beiden (zueinander ähnlichen) Dreiecken $\triangle ABZ$ und $\triangle A'B'Z$ sind einander entsprechende Verhältnisse der Seiten gleich.

Sind zwei Dreiecke ähnlich, so kann man das eine Dreieck so verschieben, dass die beiden Dreiecke so ineinander liegen wie im Setting der Strahlensätze – für diese beiden ähnlichen Dreiecke stimmen einander entsprechende Seitenverhältnisse überein, wie gerade erklärt. Da sich beim Verschieben die Seitenlängen und deren Verhältnisse nicht ändern, folgt der Inhalt der Merkebox.

Lösung zu Aufgabe 12.15 ex-umkehrung-erster-strahlensatz

Wir nehmen an, dass $a : a' = b : b'$ gilt. Zeichne die Parallele zu (AB) durch A'. Ihren Schnittpunkt mit (ZB) nennen wir P wie in der folgenden, «absichtlich leicht falschen» Zeichnung (die aber den Beweis besser illustriert als die korrekte Zeichnung, wie wir sehen werden).



Der erste Strahlensatz und unsere Annahme liefern $a : \overline{ZP} = b : b' = a : a'$. Daraus folgt $a : \overline{ZP} = a : a'$ und somit $\overline{ZP} = a' = \overline{ZB'}$. Da P und B' auf demselben, von Z ausgehenden *Strahl* (und nicht nur auf derselben Geraden durch Z) liegen, folgt $P = B'$. Nach Konstruktion von P sind (AB) und $(A'P) = (A'B')$ parallel.

Bemerkung: Die Umkehrung des ersten Strahlensatzes und der erste Strahlensatz selbst zeigen, dass zentrische Streckungen Geraden auf dazu parallele Geraden abbilden. Insbesondere erhalten zentrische Streckungen Winkel.

Lösung zu Aufgabe 12.16 ex-flussbreite

Seien die Punkte A und B die Bootsenden. Sei P derjenige Punkt am diesseitigen Flussufer, der dem Punkt A genau gegenüber liegt (näherungsweise per Augenmass bestimmt). Man bestimme den Punkt Q auf dem eigenen Flussufer so, dass $\overline{PQ} = 2$ m und Q, P und A auf einer Linie liegen. Dann bestimmt man den Punkt R am Flussufer so, dass Q, R und B auf einer Linie liegen. Man misst die Strecke $\overline{PR} = d$ mit Hilfe der kleinen Stöcke so genau wie möglich.

Betrachte nun die beiden vom Scheitel Q ausgehenden Strahlen in Richtung A und B und die beiden Flussufer als Parallelen (was näherungsweise gilt). Damit gilt der 2. Strahlensatz und man erhält eine Gleichung für die