



- d) Mittelwert: -20, Amplitude 15, Frequenz $\frac{1}{50}$, Phase 36° ($1/10$ der Schwingungsdauer). Daraus ergibt sich die Funktionsgleichung

$$y(t) = -20 + 15 \cdot \sin\left(36^\circ + t \cdot 360^\circ \cdot \frac{1}{50}\right)$$

✳️ **Lösung zu Aufgabe 13.17** ex-harmonische-schwingungen-textaufgaben

- a) Frequenz 442 Hz, Amplitude 30'000, Phase 0, Mittelwert 0. Also

$$y_1(t) = 30000 \cdot \sin(t \cdot 360^\circ \cdot 442)$$

Für die zweite Funktion rechnen wir erst die Samplenummer n in die Zeit um, nämlich $t = n/44100$. Damit können wir mit y_1 die Funktion

$$y_2(n) = y_1(n/44100) = 30000 \cdot \sin\left(n \cdot 360^\circ \cdot \frac{442}{44100}\right)$$

definieren.

- b) Wenn man die Höhe von unten (0 cm) bis oben (20 cm) misst, dann ist der Mittelwert 10 cm. Die Amplitude ist damit 10 [cm], die Frequenz 0.5 Hz und die Phase (abhängig von der Wahl der positiven Höhe) -90° (weil zum Zeitpunkt 0 die Auslenkung voll negativ ist, bzw. die entsprechende Kreisbewegung sich am Tiefpunkt befindet). Damit die die Funktionsgleichung

$$y(t) = 10 + 10 \sin\left(t \cdot 360^\circ \cdot \frac{1}{2}\right)$$

Die Geschwindigkeit auf dem tiefsten und höchsten Punkt sind 0 (dort kehrt die Bewegung um).

In der Mitte ist die Geschwindigkeit genau so gross, wie die entsprechenden Geschwindigkeit auf der Kreisbewegung (Radius 10, eine Umdrehung pro 2 Sekunden). Der Umfang U ist $10 \cdot 2 \cdot \pi$ und damit ist die Geschwindigkeit $\frac{U}{2s}$, also ≈ 0.3142 m/s.

- c) Zeiteinheit: Tage. Frequenz: $\frac{1}{365}$, Mittelwert $90 - 47.42 = 42.58$ [°]. Amplitude 23.44 [°]. Für die Phase überlegen wir uns erst, wann der steigende Nullpunktdurchgang ist, nämlich am 21. März (Frühlingsbeginn). D.h. $31 + 28 + 21 = 80$ [d]. Wenn man von diesem Datum zurückrechnet, muss die Phase also $-\frac{80}{365} \cdot 360^\circ$ sein. Somit hat man die Funktionsgleichung (t in Tagen, Resultat in Grad):

$$y(t) = 42.58 + 23.44 \cdot \sin\left(-\frac{80}{365} \cdot 360^\circ + t \cdot 360^\circ \cdot \frac{1}{365}\right)$$

Man sucht jetzt t so, dass $y(t) = 60$. Wenn man die Lösung des Taschenrechners ausmultipliziert erhält man:

$$t \approx 129 + k \cdot 360^\circ \quad \text{oder} \quad t \approx 214 + k \cdot 360^\circ \quad \text{mit } k \in \mathbb{Z}$$

Als Datum umgerechnet erhält man etwa 9. Mai und 2. August.

- d) Mittelwert: 12.17 [h], Amplitude: Hälfte der Differenz, also $(15 : 55 - 8 : 25)/2 = 3 : 45 = 3.75$ [h]. Frequenz $\frac{1}{365}$ und Phase (siehe obere Aufgabe): $-\frac{80}{365} \cdot 360^\circ$. Damit ergibt sich die Funktion (Zeit t in Tagen, Resultat in Stunden):

$$y(t) = 12.17 + 3.75 \cdot \sin\left(-\frac{80}{365} \cdot 360^\circ + t \cdot 360^\circ \cdot \frac{1}{365}\right)$$

✳️ **Lösung zu Aufgabe 13.18** ex-schwingungen-ueberlagern