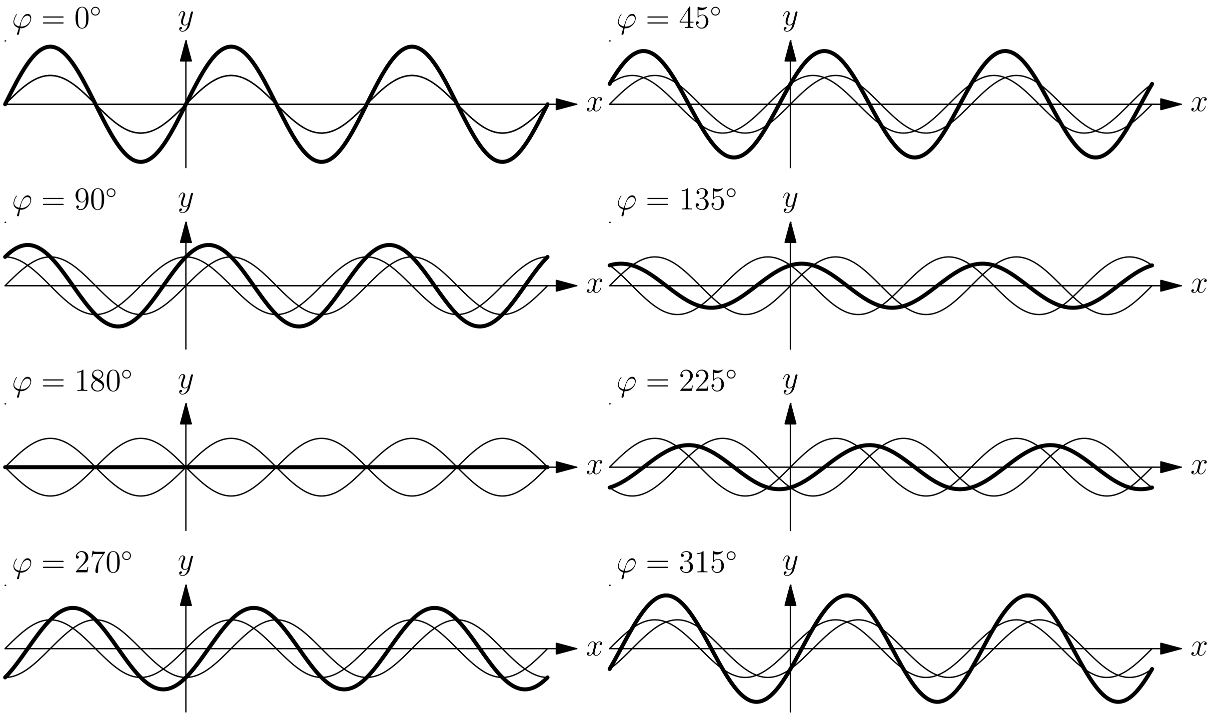
a) 

b) Gleicher Kreisradius 1, gleiche Geschwindigkeit (Frequenz $1/360°$), konstanter Winkel dazwischen, nämlich φ.

c) Man hängt den Vektor (Pfeil) von O zu P_f bei P_g an. Die Spitze zeigt dann zu P_h. Dieser führt ebenfalls eine Kreisbewegung aus, mit gleicher Frequenz, aber i.A. anderer Amplitude und Phase.

d) Machen Sie eine gute Skizze, um die Beschreibung zu verstehen! Die Punkte O, P_f, P_h und P_g bilden ein Rhombus (gleichseitiges Parallelogramm). Damit ist die Phase gleich dem Winkel $\angle P_fOP_h = \frac{\varphi}{2}$.

e) Machen Sie eine gute Skizze, um die Beschreibung zu verstehen! Die Punkte O, P_f, P_h und P_g bilden ein Rhombus (gleichseitiges Parallelogramm). Sei E der Diagonalenschnittpunkt. $\triangle OP_fE$ ist rechtwinklig mit $\angle P_fOE = \frac{\varphi}{2}$. Die Strecke OE ist Ankathete, OP_f die Hypotenuse mit Länge 1. Damit ist $\overline{OE} = |\cos(\varphi/2)|$ die Hälfte vom gesuchten Radius. Damit ist die Amplitude also $|2 \cdot \cos(\varphi/2)|$.
Alternativlösung: Zum Zeitpunkt $x = 0$ gilt $P_f = (1, 0)$, $P_g = (\cos(\varphi), \sin(\varphi))$ und somit $P_h = (1 + \cos(\varphi), \sin(\varphi))$. Die Amplitude ist der Abstand des Punktes P_h vom Ursprung $(0, 0)$, also nach Pythagoras

$$\sqrt{(1+\cos(\varphi))^2 + (\sin(\varphi))^2} = \sqrt{1 + 2\cos(\varphi) + (\cos(\varphi))^2 + (\sin(\varphi))^2} = \sqrt{1 + 2\cos(\varphi) + 1} = \sqrt{2 + 2\cos(\varphi)}$$

Bemerkung: Man kann mit Hilfe der sogenannten Additionstheoreme für trigonometrische Funktionen zeigen, dass $2 + 2\cos(\varphi) = 4\cos^2(\varphi/2)$ gilt und somit beide Lösungswege dasselbe Resultat liefern.

f) Das ist für 120° und 240° der Fall, wenn der Rhombus aus zwei gleichseitigen Dreiecken besteht.

Lösung zu Aufgabe 13.19 ex-schwingungen-ueberlagern-textaufgben

a) Die Funktion, die die Spannung in in Volt zur Zeit t in Sekunden beschreibt ist

$$y(t) = 310 \cdot \sin(t \cdot 50 \cdot 360°).$$

Die Differenz zwischen obiger Funktion und einer Schwingung mit Phase 120° ist wie die Summe mit einer Schwingung mit Phase −60°. Im entsprechenden Rhombus erhält man die neue Amplitude $a \cdot \cos(30°) \cdot 2 = a \cdot \sqrt{3}$, wobei a die ursprüngliche Amplitude ist. Daraus ergibt sich «Gleichstromäquivalent» von $220 \cdot \cos(30°) \cdot 2 = 220 \cdot \sqrt{3} \approx 380$ [V].

Lösung zu Aufgabe 13.23 ex-trigo-repe

a) Schätzung mit dem TR überprüfen.