b) Siehe a).

c) Erste Gleichung ist falsch (könnte mit einem negativen Vorzeichen auf einer Seite korrigiert werden). Zweite Gleichung ist richtig (die Phase vom cos ist 90°. Die dritte ist falsch, die Steigung ändert das Vorzeichen, wenn man an der x-Achse spiegelt. Die vierte ist somit richtig.

d) Wenn l die Länge ist (Hypotenuse), dann gilt $\sin(3.5°) = \frac{0.5}{l}$ und damit $l = \frac{0.5}{\sin(3.5°)} \approx 8.190$. Die Rampe müsste also knapp 8.2 m lang sein.

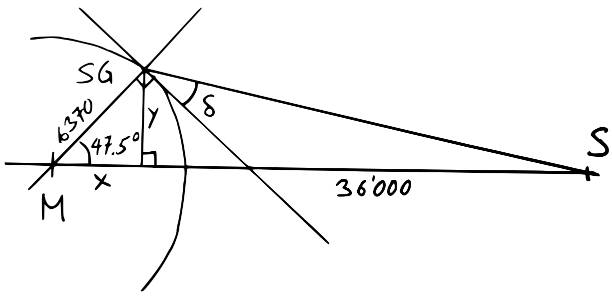
e) Der Schnittwinkel ist doppelt so gross, wie der kleine Winkel im Dreieck, das eine Diagonale aus dem Rechteck bildet. Daraus folgt $\alpha = 2\arctan\left(\frac{1}{2}\right) \approx 53.13°$.

f) Der Winkel α ist entweder $\arctan(2) \approx 63.43°$ oder $\arctan(2) + 180° \approx 243.43°$. Daraus ergeben sich die ungefähren Sinus- und Cosinuswerte von entweder 0.8944 und 0.4472 oder -0.8944 und -0.4472.
Als alternativen Lösungsweg könnte man auch mit zwei Unbekannten $y = \sin(\alpha)$ und $x = \cos(\alpha)$ folgendes System lösen: $x^2 + y^2 = 1$ und $\frac{y}{x} = 2$ und erhält die exakten Lösungen $y = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$ und $x = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$.

g) Machen Sie ein gute Skizze und stellen Sie fest, dass sich die Diagonalen rechtwinklig schneiden. Damit ergibt sich die andere Diagonale mit Hilfe des Satzes von Pythagoras: $f = 2\sqrt{s^2 - \left(\frac{e}{2}\right)^2} \approx 13.23$.
Für den Winkel α Betrachtet man das rechtwinklige Dreieck, gebildet aus einer Seite und zwei halben Diagonalen. Dort gilt: $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\frac{e}{2}}{s}$ und damit $\frac{\alpha}{2} = \arccos\left(\frac{\frac{e}{2}}{s}\right) \approx 41.41°$. Damit ist $\alpha \approx 82.82$. Daraus egibt sich $\beta = 180° - \alpha \approx 97.18°$.

h) Im Würfel drin kann ein rechtwinkliges Stützdreieck gezeichnet werden, mit Katheten Seitenlänge s und Flächendiagonalen $\sqrt{2} \cdot s$. Damit ist $\tan(\varepsilon) = \frac{s}{\sqrt{2}\cdot s} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Und somit ist $\varepsilon = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 35.26°$.

i) Gesucht ist der Winkel δ. Dazu wird erst der Winkel $\angle MSGS$ berechnet, für welchen zuerst $\sigma = \angle MSSG$ (sigma, griechisches «s») berechnet wird. Es gilt $\tan(\sigma) = \frac{y}{36000+3670-x}$. Wobei $y = \sin(47.5°)\cdot 6370$ und $y = \cos(47.5°)\cdot 6370$. Daraus ergibt sich $\sigma = \arctan\left(\frac{y}{36000+3670-x}\right) \approx 7.033°$. Damit ist $\angle MSGS = 180° - 47.5° - \sigma \approx 125.5°$. Und somit ist $\delta = \angle MSGS - 90° \approx 35.47°$.



Lösung zu Aufgabe 13.24 ex-trigo-repe-plus

a) Amplitude: 2, Phase 45°, Frequenz $\frac{1}{2}$. Nulldurchgänge bei $-\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{4}$ etc., Maxima bei $\frac{1}{4}$, $\frac{9}{4}$ etc., Minima bei $-\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, etc.

b) (1) Verschiebung nach links um «90°», d.h. um eine Viertelperiode (Periode ist die Zeit für eine Schwingung, d.h. der Kehrwert der Frequenz). (2) Der Graph wird mit Faktor $\frac{1}{2}$ zur x-Achse hin gestreckt. (3) Der Graph mit Faktor $\frac{1}{2}$ zur y-Achse hin gestreckt.

c) Die Amplitute ist 42.5°, die Frequenz $\frac{1}{24}$ (Zeit in Stunden gemessen). Die Schwingung schwingt um den Durchschnitt $(65° - 20°)/2 = 22.5°$. Das Miminum wird zwischen den Zeiten $21 : 17 \approx -2.716$ h und $5 : 26 \approx 5.433$ h, also zum Zeitpunkt $\approx 1.358 \approx 1 : 21$ erreicht. D.h. bezüglich der Kreisbewegung der Schwingung wird der Winkel $-90°$ für $t \approx 1.358$ erreicht. Damit erhält man eine Gleichung für die Phase:

$$1.358 \cdot t \cdot \frac{1}{24} \cdot 360° + \varphi = -90° \qquad t \approx -110.4°$$

Damit erhält man die Funktionsgleichung

$$f(t) = 42.5° \cdot \sin\left(-110.4° + t \cdot \frac{1}{24} \cdot 360°\right) + 22.5°$$

Setzt man die Zeiten von Sonnenauf- und Untergang ein, erhält man knapp 2° (anstatt 0°, was zeigt, dass diese Funktion nur eine Näherung ist. Wobei anzumerken ist, dass der Sonnenhöchst- und Tiefststand nur abgeschätzt sind und der grösste Teil des Fehlers wohl daher stammt). Für $t = 9.917$ liefert die Funktion 48.87°.