



- c) Anstatt nur die Summe der y -Koordinaten zu betrachten, betrachten Sie den Punkt P_h , der als Koordinaten die Summe der Koordinaten von P_g und P_h hat. Was für eine Bewegung führt der Punkt P_h aus?
- d) Berechnen Sie aus φ (Phase von g) die Phase von h .
- e) Berechnen Sie aus φ (Phase von g) die Amplitude von h .
- f) Für welche Winkel φ ist die Amplitude von h gleich gross wie die von f und g ?

* Aufgabe 13.19

- a) Die Stromversorgung in Europa basiert auf Wechselstrom mit einer Frequenz von 50 Hz und einer Amplitude von ca. 310 V (daraus resultiert ein «Gleichstromäquivalent» (auch «Effektivwert» genannt) von 220 V, das normalerweise angegeben wird). Dieser wird in 3 sogenannten Phasen geliefert, deren Namen von der Phasenverschiebung um je 120° herrührt. Normalerweise wird eine Phase und ein Nulleiter (letztlich mit der Erde verbunden) verwendet, um 220 V Geräte zu betreiben. Grössere Geräte wie z.B. Kochherde werden an zwei Phasen angeschlossen. Relevant ist dann die Differenz der Spannungen dieser zwei Phasen. Bestimmen Sie als erstes die Funktion, die die Spannung in der Zeit (in Sekunden) für eine Phase beschreibt.
- Wie viel mal grösser ist die Amplitude wenn man zwei Phasen kombiniert (d.h. die Differenz bildet)? Auf welches «Gleichstromäquivalent» kommt man dann?

13.6 Schwebungen

Überlagert (d.h. addiert) man zwei Schwingungen mit fast gleicher Frequenz und Amplitude, entstehen Schwebungen. Im Falle von Tönen nimmt man diese als Lautstärkeschwankungen wahr. Die Frequenz dieser Schwankungen beträgt normalerweise einige Hz. Dieser Effekt tritt auch ein, wenn das Verhältnis der Frequenzen fast eine Bruchzahl mit kleinem Nenner ist, was zum Stimmen von Saiteninstrumenten genutzt wird.

✂ **Aufgabe 13.20** Erklären Sie den Effekt der Schwebung mit Hilfe zweier Kreisbewegungen mit annähernd gleicher Geschwindigkeit.

✂ **Aufgabe 13.21** Auf dem Wiki finden Sie ein Python-Programm `wavgenerator.py` zum Erzeugen überlagerter Sinus-Töne. Benutzen Sie es z.B. wie folgt:

```
python wavgenerator.py 330 332
```

Die erzeugte Datei enthält 2 Sekunden die erste Frequenz nur rechts, dann 2 Sekunden die zweite Frequenz links, dann 4 Sekunden die 1. Frequenz rechts und die zweite links, dann 4 Sekunden die mathematische Überlagerung der Frequenzen links und rechts.

Probieren Sie verschiedene, nahe beieinanderliegende Frequenzen aus und testen Sie mit Kopfhörern, ob Sie die Schwebungen hören.

Das Erstaunliche ist, dass man Schwebungen von fast gleichen Frequenzen auch hört, wenn diese physikalisch gar nicht stattfindet. Das Hirn nimmt aber wahrscheinlich nicht die Überlagerung, sondern die Phasendifferenz wahr, die zur Ortung von Geräuschen verwendet wird.

✂ **Aufgabe 13.22** Zwei Lautsprecher befinden sich an den Punkten $P = (0, 0)$ und $Q = (5, 0)$ (Einheit 1 m). Auf diesen wird der exakt gleiche Sinuston von 440 Hz gespielt. Am Ort (x, y) steht ein Mikrofon, das die Überlagerung der beiden Töne aufzeichnet. Die beiden ankommenden Töne haben eine Phasenverschiebung. Erklären Sie zuerst warum und berechnen Sie diese dann. Auf welcher Figur liegen die Orte, wo (theoretisch) nichts zu hören ist?

13.7 Repetitionsaufgaben

✂ **Aufgabe 13.23** Alle berechneten Resultate sind auf 4 signifikante Stellen zu runden.

- a) Mit Hilfe einer Handskizze, ohne Taschenrechner, schätzen Sie die Sinus-, Cosinus- und Tangenswertes des Winkels 290° .
- b) Mit Hilfe einer Handskizze, ohne Taschenrechner, schätzen Sie $\arccos(-0.2)$, $\arcsin(-0.2)$ und $\arctan(-2)$.