



b) Sei \vec{u} wie oben. Also sind $\vec{OC} = \vec{OB} \pm \vec{u}$ und $\vec{OD} = \vec{OA} \pm \vec{u}$. In Zahlen:

$$\vec{OC} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{OD} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Also $C_1 = (5, 4)$, $D_1 = (0, 6)$ oder $C_2 = (1, -6)$, $D_2 = (-4, -4)$.

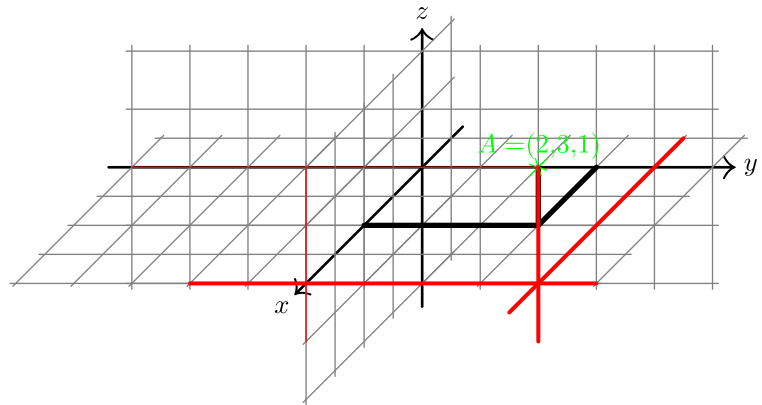
c) Die Höhe im rechtwinklig gleichschenkligen Dreieck mit Hypotenuse c ist $h = \frac{1}{2}c$. Damit ist $\vec{OC} = \vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{v} \pm \frac{1}{2}\vec{u}$. Eingesetzt:

$$\vec{OC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ -1 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{5}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \pm 1 \\ \pm \frac{5}{2} \end{pmatrix}.$$

✳️ **Lösung zu Aufgabe 15.21** ex-repevektor-koordinaten-einzeichnen-ablesen

Auf der xy -Ebene (bzw. auf der xz -Ebene) zeichnet man die Gerade $x = 6$ (d.h. alle Punkte mit x -Koordinate 4). Diese Gerade schneidet man mit einer Parallelen zu z -Achse (bzw. y -Achse), um so die Stützlinien zu konstruieren.

Damit liest man ab: $B = (4, 4, 2)$



Die Einheitsvektoren im Schrägbild sind:

$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix} \quad \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

und damit hat das Bild von A den Ortsvektor $2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 = 2 \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Das Bild von B hat den Ortsvektor $4\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 = 4 \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

Damit hat man also exakt abgelesen.

✳️ **Lösung zu Aufgabe 15.22** ex-sanduhr-roboter-steuerung

Man berechnet erst die Punkte Q_1 und Q_2 der Armgelenke.

Es gilt $Q_1 = k(P, r_2) \cap k(M_1, r_1)$ und analog dazu $Q_2 = k(P, r_2) \cap k(M_2, r_1)$.

Mit der Lösung der Aufgabe 15.14 kann die Berechnung wie folgt durchgeführt werden:

$$\text{Sei } d = |M_1 P| = \sqrt{(x - (-m))^2 + y^2} = \sqrt{(x + m)^2 + y^2}.$$

Sei $p = \frac{r_1^2 - r_2^2 + d^2}{2d}$ und daraus

$$h = \sqrt{r_1^2 - p^2}$$

Für den linken Motor muss der Punkt Q_1 links vom Vektor $M_1 P$ liegen. Der Vektor muss also um $+90^\circ$, d.h. nach dem Vertauschen der Komponenten, muss das Vorzeichen der ersten Komponente geändert werden:

$$\vec{v} = M_1 P = \begin{pmatrix} x + m \\ y \end{pmatrix} \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} -y \\ x + m \end{pmatrix}$$

Damit ist $\vec{w} = M_1 Q_1 = \frac{p}{d}\vec{v} + \frac{h}{d}\vec{u} = \frac{1}{d}(p\vec{v} + h\vec{u})$.

Die Komponente von \vec{w} sind also

$$w_1 = \frac{1}{d} \cdot (p \cdot (x + m) + h \cdot (-y)) \text{ und}$$

$$w_2 = \frac{1}{d} \cdot (p \cdot y + h \cdot (x + m)).$$