16.1.4 Länge eines Vektors

Aufgabe 16.3 Bestimmen Sie die Länge der folgenden Vektoren:

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ c) $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ d) $\vec{d} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ e) $\vec{e} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Aufgabe 16.4 Finden Sie weitere Vektoren mit ganzzahligen Komponenten und ganzzahliger Länge.

Merke 16.2 Betrag eines Vektors

Der **Betrag** (oder auch die **Länge**) eines Vektors $\vec{v}$ berechnet sich aus den Komponenten v_x, v_y und v_z wie folgt:

$$|\vec{v}| = \left| \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \right| =$$

16.1.5 Vektor von Start- zu Endpunkt

Aufgabe 16.5 Gegeben sind die Punkte $A = (3, -4, -1)$, $B = (-1, 2, 3)$ und $C = (1, -1, 1)$. Berechnen Sie die Komponenten des Vektors a) $\vec{a} = \vec{AB}$ (d.h. Startpunkt in A, Endpunkt in B). Analog dazu b) $\vec{b} = \vec{AC}$ und c) $\vec{c} = \vec{CB}$.
Was schliessen Sie aus dem Resultat von b) und c)? Machen Sie nötigenfalls eine Skizze der Situation.

Merke 16.3 Vektor zwischen Punkten

Die Komponenten vom Vektor $\vec{AB}$ (vom Punkt A zum B) berechnet man, indem man von den Koordinaten des Endpunktes die Koordinaten des Anfangspunktes subtrahiert. Kurz:

«Endpunkt minus Anfangspunkt.»

16.1.6 Summe zweier Vektoren

Vektoren können addiert werden und man erhält wieder einen Vektor. Genau so wie nacheinander ausgeführte Verschiebungen als eine einzige Verschiebung aufgefasst werden kann.

Merke 16.4 Summe von Vektoren

Die Summe zweier Vektoren $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ erhält man zeichnerisch, indem man den Anfang des Pfeils für $\vec{b}$ an das Ende eines Pfeils für $\vec{a}$ hängt. Die Summe $\vec{c}$ wird dann durch den Pfeil vom Anfang von $\vec{a}$ zum Ende von $\vec{b}$ dargestellt.
Sind die Vektoren mit Komponenten gegeben, wird komponentenweise addiert:

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 16.6 Bilden Sie alle möglichen Summen der drei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$.

16.1.7 Skalare Multiplikation

Zahlen (= Skalare) können mit Vektoren multipliziert werden. Dabei ändert sich die Länge des Vektors. Er wird gestreckt (skaliert). Die Richtung bleibt für positive Zahlen erhalten. Für negative Zahlen zeigt das Resultat in die entgegengesetzte Richtung.