Merke 16.5 Skalare Multiplikation = Zahl-Vektor-Multiplikation

Für $\lambda \in \mathbb{R}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$ gilt: $\lambda\vec{v} = \lambda \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda v_1 \\ \lambda v_2 \\ \lambda v_3 \end{pmatrix}$ und $|\lambda\vec{v}| = |\lambda| \cdot |\vec{v}|$

Aufgabe 16.7 Beweisen Sie die letzte Gleichung in obiger Merke-Box.

Aufgabe 16.8 Berechnen Sie: a) $3 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ b) $-2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ c) $-\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Aufgabe 16.9 Skalieren Sie die Vektoren so, dass sie die gegebene Länge erreichen:
a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, Länge 6 b) $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$, Länge 1 c) $\vec{c} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, Länge 1.

Definition 16.4 Einheitsvektoren

Ein **Einheitsvektor** $\vec{v}$ hat die Länge 1, d.h. $|\vec{v}| = 1$.

Merke 16.6 Einheitsvektor mit gegebener Richtung

Wird ein von Null verschiedener Vektor durch seine eigene Länge dividiert, entsteht ein **Einheitsvektor** mit gleicher Richtung:

$$\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \quad \text{hat die Länge 1 und dieselbe Richtung wie } \vec{v}.$$

16.1.8 Aufgaben

Aufgabe 16.10 Gegeben ist ein Dreieck $\triangle ABC$ durch die Punkte $A = (3, -2, 1)$, $B = (1, 1, 2)$ und $C = (2, 3, -2)$.

a) Berechnen Sie die Vektoren $\vec{c} = \vec{AB}$, $\vec{a} = \vec{BC}$ und $\vec{b} = \vec{CA}$.
b) Berechnen Sie $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ und begründen Sie das Resultat.
c) Berechnen Sie die Seitenlängen des Dreiecks.
d) Ist das Dreieck rechtwinklig? Überprüfen Sie durch Rechnen.
e) Zeichnen Sie das Dreieck im Schrägbild. Warum ist das Dreieck auf dem Papier nicht rechtwinklig?
f) Bestimmen Sie die Koordinaten vom Punkt D so, dass $ABCD$ ein Rechteck ist.

Aufgabe 16.11 Ein durchschnittlicher Gleitschirm fliegt mit ca. 36 km/h über Grund und einer Gleitzahl von ca. 8 (Kehrwert der Steigung).
Nehmen Sie an, dass ein Gleitschirm bei Windstille genau in x-Richtung fliegt (die z-Achse weist nach oben).
a) Bestimmen Sie die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors in m/s.
b) Es herrscht ein Gegenwind von 18 km/h. Berechnen Sie den Geschwindigkeitsvektor über Grund und die effektive Gleitzahl.
c) Gleiche Frage wie b) aber mit Rückenwind von 18 km/h.
d*) Es herrscht Seitenwind (d.h. genau in y-Richtung) von 18 km/h. Um wieviel Grad kommt der Gleitschirm vom Kurs ab?
e*) In welche Richtung (angegeben in Grad) muss der Gleitschirm fliegen, damit er bei 18 km/h Seitenwind effektiv in x-Richtung fliegt? Wie gross ist dann die effektive Gleitzahl? Konstruieren Sie erst, berechnen Sie dann in einem zweiten Schritt.