c) Sei C ein Schnittpunkt. Mit der Höhe $h = h_c$ und dem Höhenfusspunkt H entstehen zwei rechtwinklige Dreiecke, $\triangle AHC$ und $\triangle CHB$. Seien $p = \overline{AH}$ und $q = \overline{HB}$. Damit ist $p + q = d$, bzw. $q = d - p$. Die Koordinaten von C sind also $C = (p, \pm h)$.
In den rechtwinkligen Dreiecken gilt $r_A^2 = p^2 + h^2$ und $r_B^2 = q^2 + h^2$. Löst man nach h auf und setzt gleich erhält man: $r_A^2 - p^2 = r_B^2 - q^2$. Ersetzt man noch q erhält man:

$$\begin{aligned} r_A^2 - p^2 &= r_B^2 - (d-p)^2 \\ r_A^2 - p^2 &= r_B^2 - d^2 + 2dp - p^2 && \mid + p^2 + d^2 - r_B^2 \\ r_A^2 - r_B^2 + d^2 &= 2dp && \mid : 2d \\ p &= \frac{r_A^2 - r_B^2 + d^2}{2d} \end{aligned}$$

Damit ist die Strecke $\overline{AH}$ bekannt. Die Höhe ergibt sich durch Einsetzen:

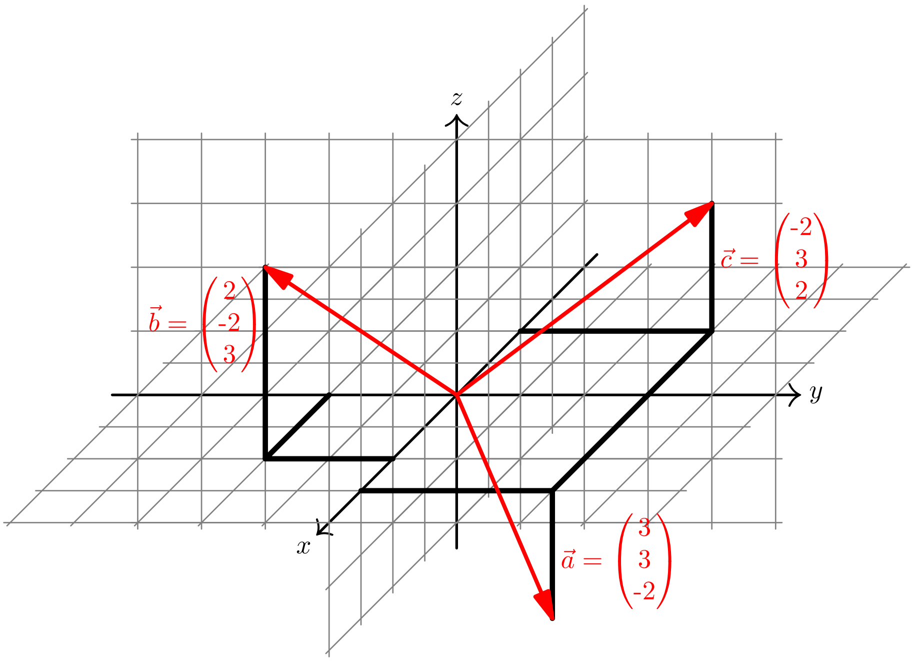
$$h^2 = r_A^2 - p^2 \qquad h = \pm\sqrt{r_A^2 - p^2}$$

d) Man setzt $d = |\vec{AB}|$ und berechnet wieder p und h. Anstatt um p Einheiten in x-Richtung muss p Einheiten in die Richtung von $\vec{AB}$ gegangen werden.
Sei $\vec{v} = \vec{AB}$ und $\vec{u}$ der zu $\vec{v}$ rechtwinklige Vektor mit gleicher Länge. Dann ist

$$\vec{OC} = \vec{OA} + p \cdot \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \pm h \cdot \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}$$

Lösung zu Aufgabe 16.15 ex-repevektor-lage-summe-laenge

a)



b) $\vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{e} = \begin{pmatrix} 20 \\ -12 \\ -3 \end{pmatrix}$.

c) $|\vec{a}| = \sqrt{22}$, $|\vec{b}| = \sqrt{17}$, $|\vec{c}| = \sqrt{17}$.