### Lösung zu Aufgabe 16.12 ex-rechtwinklige-vektoren-in-der-ebene

a) $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix}y\\-x\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}-y\\x\end{pmatrix}$

### Lösung zu Aufgabe 16.13 ex-gleichseitiges-dreieck

a) Aus Symmetriegründen ist die $x$-Koordinate von $C$ $\frac{1}{2}$. Wir suchen also die $y$-Koordinate so, dass $|\vec{AC}| = |\vec{AB}| = 1$:

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + y^2} &= 1 && |(\cdot)^2\\ \frac{1}{4} + y^2 &= 1 && |-\frac{1}{4}\\ y^2 &= \frac{3}{4}\\ y &= \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

Damit sind die Kooridinaten $C = \left(\frac{1}{2}, \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

b) Die Situation ist bis auf eine Verschiebung um $\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ die gleiche wie in a). Die Lösung ist also auch veschoben, also $C_1 = \left(\frac{7}{2}, 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ und $C_2 = \left(\frac{7}{2}, 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

c) Die Seitenlänge ist immer noch 1, die Situation ist um 90° gedreht. Damit sind die Lösungen: $C_{1,2} = \left(\pm\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right)$.

d) $\vec{v} = \vec{AB} = (4, 3)$ mit Länge $|\vec{v}| = 5$. Mit Seitenlänge 5 ist die Höhe im gleichseitigen Dreieck $h = \sqrt{5^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{75}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2} = 5\frac{\sqrt{3}}{2}$. Beachten Sie, dass die Höhe im gleichseitigen Dreieck $\frac{\sqrt{3}}{2}$ mal so lang wie die Seite ist.
Vom Punkt $A$ muss also $\frac{5}{2}$ Einheiten in die Richtung von $\vec{v}$ gegangen werden (also $\frac{5}{2}\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$), und dann $5\frac{\sqrt{3}}{2}$ Einheiten rechtwinklig dazu.
Der Vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$ ist rechwinklig auf $\vec{v}$.
Damit ist $\vec{OC} = \vec{OA} + \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{|\vec{v}|} \cdot \vec{v} \pm \frac{5\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{|\vec{u}|} \cdot \vec{u} = \begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$
$C_1 = \left(1 - \frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2} + 2\sqrt{3}\right)$ und $C_2 = \left(1 + \frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2} - 2\sqrt{3}\right)$

e) Sei $\vec{v} = \vec{AB}$ und $\vec{u}$ ein Vektor rechtwinklig zu $\vec{v}$ mit gleicher Länge. Die Höhe ist $\frac{\sqrt{3}}{2}$ mal so lang wie die Seitenlänge $|\vec{v}|$. Damit gilt:
$\vec{OC} = \vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{v} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{u}$

### Lösung zu Aufgabe 16.14 ex-kreise-schneiden

a) Die Kreise schneiden sich nicht, wenn der Abstand zu gross, oder ein Kreis innerhalb des anderen liegt. Zu gross ist der Abstand wenn $\overline{AB} > r_A + r_B$. $k_A$ liegt innerhalb von $k_B$ wenn $\overline{AB} + r_A < r_B$. Und umgekehrt wenn $\overline{AB} + r_B < r_A$. Ist keine der drei Bedingungen erfüllt, schneiden sich die Kreise.

b) Siehe c). Man erhält $p = \frac{2^2 - 3^2 + 4^2}{2 \cdot 4} = \frac{11}{8}$ und $h = \sqrt{2^2 - \left(\frac{11}{8}\right)^2} = \frac{3}{8}\sqrt{15}$. Das entspricht direkt den Koordinaten. Und damit ist $C_{1,2} \approx (1.375, \pm 1.452)$.