Um den Winkel des Vektors $\vec{w}$ verwendet man am einfachsten arccos oder arccotan (Hurra! eine Anwendung für cotan), weil diese Funktionen Winkel zwischen 0° und 180° liefern und eine Fallunterscheidung bzw. Umrechnung unnötig ist. Leider gibt es auf Computern die arccotan Funktion meist nicht.
Es gilt $\cos(\alpha_1) = \frac{w_1}{|\vec{w}|}$ und damit
$\alpha_1 = \arccos\left(\frac{w_1}{\sqrt{w_1^2+w_2^2}}\right)$.

Die Berechnung für α_2 ist fast identisch (Änderungen sind rot markiert):
$d = |\vec{M_2P}| = \sqrt{(x-(+m))^2+y^2} = \sqrt{(x-m)^2+y^2}$.
Sei $p = \frac{r_1^2-r_2^2+d^2}{2d}$ und daraus
$h = \sqrt{r_1^2-p^2}$
Für den rechten Motor muss der Punkt Q_2 rechts vom Vektor $\vec{M_2P}$ liegen. Der Vektor muss also um −90°, d.h. nach dem Vertauschen der Komponenten, muss das Vorzeichen der zweiten Komponente geändert werden:

$$\vec{v} = \vec{M_2P} = \begin{pmatrix} x-m \\ y \end{pmatrix} \qquad \vec{u} = \begin{pmatrix} y \\ m-x \end{pmatrix}$$

Damit ist $\vec{w} = \vec{M_2Q_2} = \frac{p}{d}\vec{v} + \frac{h}{d}\vec{u} = \frac{1}{d}(p\vec{v}+h\vec{u})$.
Die Komponente von $\vec{w}$ sind also
$w_1 = \frac{1}{d}\cdot(p\cdot(x-m)+h\cdot y)$ und
$w_2 = \frac{1}{d}\cdot(p\cdot y+h\cdot(m-x))$.
Es gilt $\cos(\alpha_2) = \frac{w_1}{|\vec{w}|}$ und damit
$\alpha_2 = \arccos\left(\frac{w_1}{\sqrt{w_1^2+w_2^2}}\right)$.

Lösung zu Aufgabe 16.23 ex-sanduhr-roboter-inverses-problem
Mit Hilfe von cos und sin können die Koordinaten der Punkte Q_1 und Q_2 (Koordinaten der «Ellbogen») berechnet werden. Dann ist $P = k(Q_1, r_2) \cap k(Q_2, r_2)$.

$$\vec{OQ}_1 = \vec{OM}_1 + r_1 \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1) \\ \sin(\alpha_1) \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{OQ}_2 = \vec{OM}_2 + r_1 \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1) \\ \sin(\alpha_1) \end{pmatrix}$$

Daraus berechnet man $\vec{v} = \vec{Q_1Q_2}$ und $d = |\vec{v}|$. Weil die Radien der beiden Kreise gleich r_2, vereinfacht sich das Kreisschnittproblem und es gilt $p = \frac{1}{2}d$ und damit $h = \sqrt{r_2^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$.
Der zu $\vec{v}$ rechtwinklige Vektor $\vec{u}$ muss um +90° gedreht werden, also muss nach dem Vertauschen der Komponenten das Vorzeichen der ersten Komponente geändert werden.

$$\vec{OP} = \vec{OQ}_1 + \frac{1}{2}\vec{v} + h\vec{u}$$