

Vorname:
Name:



Hinweise

Taschenrechner und das Fundamentum sind als Hilfsmittel zugelassen. Wenn nicht anders vermerkt, sind die Lösungen auf eigenes, unbeschriebenes A4-Papier zu schreiben (alle anderen Papierformate und beschädigte Blätter führen zu einem Punkteabzug).

Überprüfen Sie Ihre Resultate. Wenn diese offensichtlich falsch oder unrealistisch sind, erklären Sie warum. Dafür gibt es auch Punkte.

Aufgabe 1

3+2=5 Punkte

Leiten Sie von Hand ab (Zwischenschritte, bzw. verwendete Ableitungsregeln müssen ersichtlich sein). Sie brauchen nicht zu vereinfachen.

a) $f(x) = \sin(x^2) \cdot \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

b) $f(x) = \tan(x)$

Aufgabe 2

5 Punkte

Gegeben ist das Resultat einer Kurvendiskussion. Skizzieren Sie die gegebenen Punkte mit Tangenten und dann den Graphen der Funktion.

x	-3	-2	0	0.5	2	3
$y = f(x)$	0	3	1	0	-1	0
$f'(x)$	6	0	-2	-1.5	0	4
$f''(x)$	-1	-1	0	0.5	1	2
$f'''(x)$	0	2	3	-2	2	2

Aufgabe 3

2+2 Punkte

Gegeben ist die Parabel $f(x) = \frac{1}{4}(x-1)^2 - 4$.

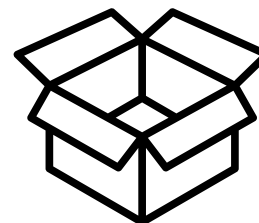
- Skizzieren Sie die Parabel, zeichnen Sie den Abstand zum Ursprung ein und schätzen Sie den Abstand.
- Berechnen Sie die Abstand der Parabel zum Ursprung. Eine formale Beschreibung vom Lösungsweg und das numerische Resultat reichen.

Aufgabe 4

6 Punkte

Eine Kartonschachtel mit quadratischem Boden von noch unbekannter Seitenlänge s und unbekannter Höhe h wird oben und unten mit rechteckigen Laschen von allen vier Seiten geschlossen. Die Laschen haben die Seitenlängen s und $\frac{s}{2}$. Bestimmen Sie s und h so, dass die Schachtel bei 10l Inhalt möglichst wenig Karton verbraucht. *Die Kartondicke und eine Naht sind zu vernachlässigen.*

Es reicht, den Lösungsweg formal zu beschreiben und die Resultate vom TR anzugeben.



Vorname:



Extremalaufgaben und
Kombinatorik 4pG

Name:

Prüfung. Zeit: 70 min

Aufgabe 5

$2+2+2+2+2=10$ Punkte

Unabhängige Aufgaben:

- Wie viele «Wörter» können mit den Buchstaben vom Wort *MATHEMATIK* geschrieben werden?
- Für ein Konzert hat Angela 7 Stücke vorbereitet. Wie viele mögliche Reihenfolgen für die Stücke gibt es?
- Für ein nächstes Konzert hat Angela 9 Stücke bereit, hat aber nur Zeit für 6 davon. Wie viele mögliche Programme (Reihenfolge der Stücke ist relevant) für die Stücke gibt es jetzt?
- Ein 6-stelliger Kreditkarten-PIN besteht aus Ziffern 0 bis 9, die sich wiederholen dürfen. Wie viele mögliche PINs gibt es? Wie viele PINs bestehen nur aus geraden Zahlen?
- Poker wird mit 52 Karten gespielt. Wie viele mögliche Pokerhände mit 5 Karten gibt es?

Aufgabe 6

$3+4+3=10$ Punkte

Unabhängige Aufgaben:

- Beim fiktiven «Mini-Lotto» werden 4 aus 20 Zahlen gezogen. Wie viele mögliche Ziehungen gibt es insgesamt? Wie viele mögliche Tipps mit genau 2 Richtigen gibt es?
- Beim fiktiven Combo-Ball Spiel gibt es pro Mannschaft einen Torhüter, und sieben Feldspieler, nämlich drei Verteidiger, drei Angreifer und einen Captain. Die Mannschaft von Bachwangenrüti Hobelbad hat drei Torhüter und zehn Feldspieler, die jede der drei Feldpositionen spielen können. Wie viele Möglichkeiten gibt es, eine Mannschaft auf dem Feld zusammenzustellen? *Dabei soll es einen Unterschied machen, ob z.B. ein Spieler als Verteidiger oder Angreifer eingeteilt wird.*
- 6 Freunde gehen ins Kino und wollen alle nebeneinander sitzen. Tom und Tina haben gerade Schluss gemacht und wollen auf keinen Fall nebeneinander sitzen. Wie viele Sitzmöglichkeiten gibt es so noch?

Aufgabe 7

$1 + 1 = 2$ Bonuspunkte

Schätzen Sie Ihre Prüfungsnote (direkt auf dieses Blatt):

Zeitaufwand in Stunden ausserhalb der Mathelektionen:

Je nach Genauigkeit Ihrer Noten-Schätzung gibt es einen weiteren Punkt. Voraussichtliche Skala: 38 von $40 + 2 = 42$ Punkten für die 6.0.

Vorname:
Name:



Hinweise

Taschenrechner und das Fundamentum sind als Hilfsmittel zugelassen. Wenn nicht anders vermerkt, sind die Lösungen auf eigenes, unbeschriebenes A4-Papier zu schreiben (alle anderen Papierformate und beschädigte Blätter führen zu einem Punkteabzug).

Überprüfen Sie Ihre Resultate. Wenn diese offensichtlich falsch oder unrealistisch sind, erklären Sie warum. Dafür gibt es auch Punkte.

Aufgabe 1

3+2=5 Punkte

Leiten Sie von Hand ab (Zwischenschritte, bzw. verwendete Ableitungsregeln müssen ersichtlich sein). Sie brauchen nicht zu vereinfachen.

a) $f(x) = \cos(x^2) \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

b) $f(x) = \tan(x)$

Aufgabe 2

5 Punkte

Gegeben ist das Resultat einer Kurvendiskussion. Skizzieren Sie die gegebenen Punkte mit Tangenten und dann den Graphen der Funktion.

x	-2	-1	1	1.5	3	4
$y = f(x)$	0	-3	-1	0	1	0
$f'(x)$	-6	0	2	1.5	0	-4
$f''(x)$	-1	-1	0	0.5	1	2
$f'''(x)$	1	2	-1	0	2	1

Aufgabe 3

2+2 Punkte

Gegeben ist die Parabel $f(x) = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + 4$.

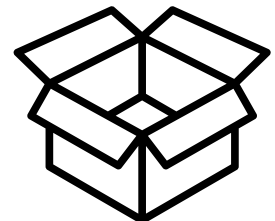
- Skizzieren Sie die Parabel, zeichnen Sie den Abstand zum Ursprung ein und schätzen Sie den Abstand.
- Berechnen Sie die Abstand der Parabel zum Ursprung. Eine formale Beschreibung vom Lösungsweg und das numerische Resultat reichen.

Aufgabe 4

6 Punkte

Eine Kartonschachtel mit quadratischem Boden von noch unbekannter Seitenlänge s und unbekannter Höhe h wird oben und unten mit rechteckigen Laschen von allen vier Seiten geschlossen. Die Laschen haben die Seitenlängen s und $\frac{s}{2}$. Bestimmen Sie s und h so, dass die Schachtel bei 10l Inhalt möglichst wenig Karton verbraucht. *Die Kartondicke und eine Naht sind zu vernachlässigen.*

Es reicht, den Lösungsweg formal zu beschreiben und die Resultate vom TR anzugeben.



Vorname:
Name:



Aufgabe 5

$2+2+2+2+2=10$ Punkte

Unabhängige Aufgaben:

- Wie viele «Wörter» können mit den Buchstaben vom Wort *MATHEMATIK* geschrieben werden?
- Für ein Konzert hat Angela 7 Stücke vorbereitet. Wie viele mögliche Reihenfolgen für die Stücke gibt es?
- Für ein nächstes Konzert hat Angela 9 Stücke bereit, hat aber nur Zeit für 6 davon. Wie viele mögliche Programme (Reihenfolge der Stücke ist relevant) für die Stücke gibt es jetzt?
- Ein 6-stelliger Kreditkarten-PIN besteht aus Ziffern 0 bis 9, die sich wiederholen dürfen. Wie viele mögliche PINs gibt es? Wie viele PINs bestehen nur aus geraden Zahlen?
- Poker wird mit 52 Karten gespielt. Wie viele mögliche Pokerhände mit 5 Karten gibt es?

Aufgabe 6

$3+4+3=10$ Punkte

Unabhängige Aufgaben:

- Beim fiktiven «Mini-Lotto» werden 4 aus 20 Zahlen gezogen. Wie viele mögliche Ziehungen gibt es insgesamt? Wie viele mögliche Tipps mit genau 2 Richtigen gibt es?
- Beim fiktiven Combo-Ball Spiel gibt es pro Mannschaft einen Torhüter, und sieben Feldspieler, nämlich drei Verteidiger, drei Angreifer und einen Captain. Die Mannschaft von Bachwangenrüti Hobelbad hat drei Torhüter und zehn Feldspieler, die jede der drei Feldpositionen spielen können. Wie viele Möglichkeiten gibt es, eine Mannschaft auf dem Feld zusammenzustellen? *Dabei soll es einen Unterschied machen, ob z.B. ein Spieler als Verteidiger oder Angreifer eingeteilt wird.*
- 6 Freunde gehen ins Kino und wollen alle nebeneinander sitzen. Tom und Tina haben gerade Schluss gemacht und wollen auf keinen Fall nebeneinander sitzen. Wie viele Sitzmöglichkeiten gibt es so noch?

Aufgabe 7

$1 + 1 = 2$ Bonuspunkte

Schätzen Sie Ihre Prüfungsnote (direkt auf dieses Blatt):

Zeitaufwand in Stunden ausserhalb der Mathektionen:

Je nach Genauigkeit Ihrer Noten-Schätzung gibt es einen weiteren Punkt. Voraussichtliche Skala: 38 von $40 + 2 = 42$ Punkten für die 6.0.

Vorname:
Name:



Hinweise

Taschenrechner und das Fundamentum sind als Hilfsmittel zugelassen. Wenn nicht anders vermerkt, sind die Lösungen auf eigenes, unbeschriebenes A4-Papier zu schreiben (alle anderen Papierformate und beschädigte Blätter führen zu einem Punkteabzug).

Überprüfen Sie Ihre Resultate. Wenn diese offensichtlich falsch oder unrealistisch sind, erklären Sie warum. Dafür gibt es auch Punkte.

Aufgabe 1

3+2=5 Punkte

Leiten Sie von Hand ab (Zwischenschritte, bzw. verwendete Ableitungsregeln müssen ersichtlich sein). Sie brauchen nicht zu vereinfachen.

a) $f(x) = \cos(x^2) \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

b) $f(x) = (\tan(x))^2$

Aufgabe 2

5 Punkte

Gegeben ist das Resultat einer Kurvendiskussion. Skizzieren Sie die gegebenen Punkte mit Tangenten und dann den Graphen der Funktion.

x	-3	-2	-1	1	2
$y = f(x)$	-2	-1	0	0.5	1.5
$f'(x)$	0.5	2	0.5	0	2
$f''(x)$	1	0	-0.5	0	0
$f'''(x)$	0	1	0	-1	-3

Aufgabe 3

2+2 Punkte

Gegeben ist die Parabel $f(x) = \frac{(x-1)^2}{2} - 3$.

- Skizzieren Sie die Parabel, zeichnen Sie den Abstand zum Ursprung ein und schätzen Sie den Abstand.
- Berechnen Sie die Abstand der Parabel zum Ursprung. Eine formale Beschreibung vom Lösungsweg und das numerische Resultat reichen.

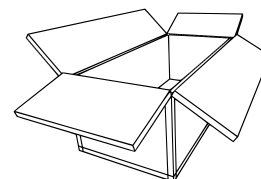
Aufgabe 4

6 Punkte

Eine Kartonschachtel hat einen rechteckigen Grundriss, wobei das Rechteck doppelt so lang wie breit ist. Die Schachtel wird oben **und unten** mit rechteckigen Laschen verschlossen, deren Länge von der entsprechenden Schachtelseite vorgegeben ist, und deren Breite in allen Fällen jeweils die Hälfte der Grundrissbreite beträgt.

Bestimmen Sie die Breite, Länge und Höhe der Schachtel so, dass diese 10l Inhalt hat und möglichst wenig Karton verbraucht. *Die Kartondicke und eine Naht sind zu vernachlässigen.*

Es reicht, den Lösungsweg formal zu beschreiben und die Resultate vom TR anzugeben.



Vorname:



Name:

Aufgabe 5

$2+2+2+2+2=10$ Punkte

Unabhängige Aufgaben:

- Wie viele «Wörter» können mit den Buchstaben vom Wort *ANAGRAMM* geschrieben werden?
- Für seine 7 Enkelkinder hat der Opa 7 verschiedenen Geschenke vorbereitet. Auf wie viele Arten kann er diese unter seinen Enkeln verteilen?
- Die Oma war übereifrig und hat 10 unterschiedliche Geschenke für die 7 Enkel vorbereitet. Auf wie viele Arten kann sie jedem Enkel genau 1 Geschenk geben?
- Ein Ferienhotel bietet jeden Abend 4 Menus an. Auf wie viele Arten kann sich ein Feriengast einen Speise-Plan für 6 Abendessen zusammenstellen? Wie viele Speise-Pläne gibt es, wenn er genau 2 mal das jeweils einzige vegetarische Menu möchte?
- Von 10 möglichen, täglich stattfindenden Tagesausflügen sind 4 nach Wahl im Reisearrangement inkludiert. Auf wie viele Arten kann sich ein Feriengast 4 Ausflüge auswählen, wenn er nicht zwei mal den gleichen Ausflug machen möchte?

Aufgabe 6

$3+4+3=10$ Punkte

Unabhängige Aufgaben:

- Beim fiktiven Glücksspiel «Farben-Raten» wird 6 mal hintereinander zufällig eine von 8 Farben gezogen (eine Farbe kann so mehrmals vorkommen). Die gezogenen Farben werden in der Reihenfolge präsentiert, in der sie gezogen wurden. Wie viele mögliche Ziehungen gibt es insgesamt?
Ein Spieler soll die Farbreihenfolge erraten. Wie viele mögliche Tipps mit genau 3 Richtigen gibt es, (d.h. Farbe *und* Position stimmen überein)?
- Für einen Jass-Abend haben sich 20 Spieler angemeldet. Auf wie viele Arten können 2er-Teams gebildet werden und dann je zwei Teams auf die 3 nummerierten Tische verteilt werden?
- 6 Freunde wollen sich an einen runden Tisch mit 6 Stühlen setzen. Wie viele Sitzordnungen gibt es, wenn man Sitzordnungen, die bis auf eine Rotation gleich sein, als eine einzige zählt?
Wie viele Sitzordnungen gibt es noch, wenn Tina und Tom nicht nebeneinander sitzen wollen?

Aufgabe 7

$1 + 1 = 2$ Bonuspunkte

Schätzen Sie Ihre Prüfungsnote (direkt auf dieses Blatt):

Zeitaufwand in Stunden ausserhalb der Mathelektionen:

Je nach Genauigkeit Ihrer Noten-Schätzung gibt es einen weiteren Punkt. Voraussichtliche Skala: 38 von $40 + 2 = 42$ Punkten für die 6.0.
