

Vorname:



Wahrscheinlichkeitsrechnung 4pG

Name:

Prüfung. Zeit: 70 min

Aufgabe 1

2+3+3 = 8 Punkte

a) $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{15 \cdot 14 \cdot 13} = \frac{4}{91} \approx 4.40\%$

b) $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{15 \cdot 14 \cdot 13} + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{15 \cdot 14 \cdot 13} + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{15 \cdot 14 \cdot 13} = \frac{4}{91} + \frac{2}{91} + \frac{4}{455} = \frac{34}{455} \approx 7.47\%$

c) $3! \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{15 \cdot 14 \cdot 13} = \frac{24}{91} \approx 26.37\%$.

Aufgabe 2

2+3+4 = 9 Punkte

a) $\frac{\binom{36}{5}}{\binom{52}{5}} = \frac{376992}{2598960} = \frac{66}{455} \approx 14.51\%$

b) $\frac{13 \cdot 48}{\binom{52}{5}} = \frac{624}{2598960} = \frac{1}{4165} \approx 0.02\%$

c) $\frac{13 \cdot 12 \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{3}}{\binom{52}{5}} = \frac{3744}{2598960} = \frac{6}{4165} \approx 0.14\%$

Aufgabe 3

2+2 = 4 Punkte

a) $P(\text{Kinder}) = P(\text{bei erster Runde}) + P(\text{bei zweiter Runde}) = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. Oder einfacher: Die Kinder haben 4 Kugeln, also $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

b) $P(\text{bei erster Runde}) + P(\text{bei zweiter Runde}) = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$. Oder einfacher: Der älteste bekommt 2 von 5 möglichen Kugeln.

Vorname:



Name:

Aufgabe 4

1+1+2 = 4 Punkte

a) $P(X) = \frac{1}{3}$

b) $P(X)$ ändert sich nicht, aber $P(Y) = 0$, darum muss $P(Z) = \frac{2}{3}$ sein.

c) Start: 3 Fälle: G, N_1, N_2 , ohne Wechsel bleibt es so. Mit Wechsel wird aber aus G ein N und aus N_1, N_2 wird ein G !

Aufgabe 5

8 Punkte

T : Terrorist, F : flagged (als solcher vom System erkannt).

Entweder ein Baum zeichnen (erste Etage T oder \bar{T} , zweite Etage F oder \bar{F}), oder eine Vierfeldtafel:

	T	\bar{T}	Total
F	$0.9 \cdot 0.00001$	$0.001 \cdot 0.99999$	
\bar{F}	$0.1 \cdot 0.00001$	$0.999 \cdot 0.99999$	
Total	0.00001	0.99999	1

Die Wahrscheinlichkeit, dass die F eintritt ist $(1 - 10^{-5}) \cdot 10^{-3} + 0.9 \cdot 10^{-5}$. Die Wahrscheinlichkeit, dass F und T gleichzeitig eintreten ist aber nur $0.9 \cdot 0.00001$. Damit ist

$$P(T|F) = \frac{P(T \cap F)}{P(F)} = \frac{0.9 \cdot 10^{-5}}{(1-10^{-5}) \cdot 10^{-3} + 0.9 \cdot 10^{-5}} = \frac{100}{11211} \approx 0.008919$$

In mehr als 99% der Fälle sind die von der KI gemeldeten Terroristen in Wirklichkeit friedliche Menschen. Fälschlicherweise als Terrorist verdächtigt zu werden, kann recht unangenehme und langfristige Konsequenzen haben.

Davor habe ich persönlich mehr Angst als vor Terroristen.

Aufgabe 6

2+3+3=8 Punkte

Gruppe	K (erkrankt)	\bar{K} (gesund)	Summe
I (geimpft)	60	540	600
\bar{I} (ungeimpft)	120	180	300
Summe	180	720	900

a) W'keit, nicht erkrankt zu sein: $P(\bar{K}) = \frac{720}{900} = \frac{4}{5}$

b) W'keit zufällig eine Person zu wählen, die geimpft wurde und gleichzeitig krank wurde: $P(K \cap I) = \frac{60}{900} = \frac{1}{15}$.

c) W'keit, dass eine geimpfte Person erkrankt ist. $P(K|I) = \frac{60}{600} = \frac{1}{10}$

Vorname:



Wahrscheinlichkeitsrechnung 4pG

Name:

Prüfung. Zeit: 70 min

Aufgabe 1

2+3+3 = 8 Punkte

a) $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{15 \cdot 14 \cdot 13} = \frac{2}{91} \approx 2.20\%$

b) $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{15 \cdot 14 \cdot 13} + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{15 \cdot 14 \cdot 13} + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{15 \cdot 14 \cdot 13} = \frac{4}{91} + \frac{2}{91} + \frac{4}{455} = \frac{34}{455} \approx 7.47\%$

c) $3! \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{15 \cdot 14 \cdot 13} = \frac{24}{91} \approx 26.37\%$.

Aufgabe 2

2+3+4 = 9 Punkte

a) $\frac{\binom{12}{5}}{\binom{52}{5}} = \frac{729}{2598960} = \frac{2434165}{866320} \approx 0.03\%$

b) $\frac{13 \cdot 48}{\binom{52}{5}} = \frac{624}{2598960} = \frac{1}{4165} \approx 0.02\%$

c) $\frac{13 \cdot 12 \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{3}}{\binom{52}{5}} = \frac{3744}{2598960} = \frac{6}{4165} \approx 0.14\%$

Aufgabe 3

2+2 = 4 Punkte

a) $P(\text{Kinder}) = P(\text{bei erster Runde}) + P(\text{bei zweiter Runde}) = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. Oder einfacher: Die Kinder haben 4 Kugeln, also $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

b) $P(\text{bei erster Runde}) + P(\text{bei zweiter Runde}) = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$. Oder einfacher: Der älteste bekommt 2 von 5 möglichen Kugeln.

Vorname:



Name:

Aufgabe 4

1+1+2 = 4 Punkte

a) $P(X) = \frac{1}{3}$

b) $P(X)$ ändert sich nicht, aber $P(Y) = 0$, darum muss $P(Z) = \frac{2}{3}$ sein.

c) Start: 3 Fälle: G, N_1, N_2 , ohne Wechsel bleibt es so. Mit Wechsel wird aber aus G ein N und aus N_1, N_2 wird ein G !

Aufgabe 5

8 Punkte

T : Terrorist, F : flagged (als solcher vom System erkannt).

Entweder ein Baum zeichnen (erste Etage T oder \bar{T} , zweite Etage F oder \bar{F}), oder eine Vierfeldtafel:

	T	\bar{T}	Total
F	$0.9 \cdot 0.00001$	$0.001 \cdot 0.99999$	
\bar{F}	$0.1 \cdot 0.00001$	$0.999 \cdot 0.99999$	
Total	0.00001	0.99999	1

Die Wahrscheinlichkeit, dass die F eintritt ist $(1 - 10^{-5}) \cdot 10^{-3} + 0.9 \cdot 10^{-5}$. Die Wahrscheinlichkeit, dass F und T gleichzeitig eintreten ist aber nur $0.9 \cdot 0.00001$. Damit ist

$$P(T|F) = \frac{P(T \cap F)}{P(F)} = \frac{0.9 \cdot 10^{-5}}{(1-10^{-5}) \cdot 10^{-3} + 0.9 \cdot 10^{-5}} = \frac{100}{11211} \approx 0.008919$$

In mehr als 99% der Fälle sind die von der KI gemeldeten Terroristen in Wirklichkeit friedliche Menschen. Fälschlicherweise als Terrorist verdächtigt zu werden, kann recht unangenehme und langfristige Konsequenzen haben.

Davor habe ich persönlich mehr Angst als vor Terroristen.

Aufgabe 6

2+3+3=8 Punkte

Gruppe	K (erkrankt)	\bar{K} (gesund)	Summe
I (geimpft)	60	540	600
\bar{I} (ungeimpft)	120	180	300
Summe	180	720	900

a) W'keit, nicht erkrankt zu sein: $P(\bar{K}) = \frac{720}{900} = \frac{4}{5}$

b) W'keit zufällig eine Person zu wählen, die geimpft wurde und gleichzeitig krank wurde: $P(K \cap I) = \frac{60}{900} = \frac{1}{15}$.

c) W'keit, dass eine geimpfte Person erkrankt ist. $P(K|I) = \frac{60}{600} = \frac{1}{10}$

Vorname:



Wahrscheinlichkeitsrechnung 4pG

Name:

Nachprüfung. Zeit: 70 min

Aufgabe 1

2+3+3 = 8 Punkte

a) $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 + 5 \cdot 4 \cdot 3 + 6 \cdot 5 \cdot 4}{18 \cdot 17 \cdot 16} = \frac{516}{4896} = \frac{43}{408} \approx 10.54\%$

b) $6! \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{18 \cdot 17 \cdot 16} = \frac{2016}{4896} = \frac{7}{17} \approx 41.18\%$.

c) $1 - P(\text{alle gleich}) - P(\text{alle verschieden}) = \frac{197}{408} \approx 48.28\%$.

Aufgabe 2

2+3+4 = 9 Punkte

a) $\frac{48}{\binom{52}{5}} = \frac{1}{54145} \approx 0.00\%$

b) $\frac{\binom{13}{5} \cdot 4^5}{\binom{52}{5}} = \frac{1317888}{2598960} = \frac{2112}{4165} \approx 50.71\%$

c) $\frac{4 \cdot 13^3 \cdot \binom{13}{2}}{\binom{52}{5}} = \frac{685464}{2598960} = \frac{2197}{8330} \approx 26.37\%$.

Aufgabe 3

2+2 = 4 Punkte

a) $1 - P(\text{keine Sechs}) = 1 - \frac{5^3}{6^3} = \frac{91}{216} \approx 42.13\%$.

b) $\frac{3 \cdot 5^2}{6^3} = \frac{25}{72} \approx 34.72\%$

Vorname:



Wahrscheinlichkeitsrechnung 4pG

Name:

Nachprüfung. Zeit: 70 min

Aufgabe 4

2+2 = 4 Punkte

a) $P(WW) + P(AA) + P(LL) = \frac{2+2+6}{36} = \frac{5}{18} \approx 27.78\%$.

b) $1 - P(\text{gleich}) = \frac{13}{18} \approx 72.22\%$.

Aufgabe 5

4+4 Punkte

a)

	P	\bar{P}	total
J	15%	15%	30%
\bar{J}	56%	14%	70%
total	71%	29%	100%

b) $P(\bar{J} | P) = \frac{P(\bar{J} \cap P)}{P(P)} = \frac{0.56}{0.71} \approx 78.87\%$

Aufgabe 6

2+3+3=8 Punkte

Gruppe	K (erkrankt)	\bar{K} (gesund)	Summe
I (geimpft)	60	540	600
\bar{I} (ungeimpft)	120	180	300
Summe	180	720	900

a) W'keit, nicht erkrankt zu sein: $P(\bar{K}) = \frac{720}{900} = \frac{4}{5}$

b) W'keit zufällig eine Person zu wählen, die geimpft wurde und gleichzeitig krank wurde: $P(K \cap I) = \frac{60}{900} = \frac{1}{15}$.

c) W'keit, dass eine geimpfte Person erkrankt ist. $P(K|I) = \frac{60}{600} = \frac{1}{10}$