



Hinweise

Hilfsmittel sind keine erlaubt. Die Lösungen sind auf eigenes, unbeschriebenes A4-Papier zu schreiben (alle anderen Papierformate und beschädigte Blätter führen zu einem Punkteabzug).

Aufgabe 1

1 + 2 + 2 + 4 = 9 Punkte

Ein Graph hat als Knotenmenge natürliche Zahlen, die grösser oder gleich 2, kleiner oder gleich 18 und keine Primzahlen über 6 sind.

Zwei Knoten sind miteinander verbunden, wenn die beiden entsprechenden Zahlen einen gemeinsamen Teiler grösser als 1 haben.

- Schreiben Sie die Knotenmenge auf.
- Finden Sie eine möglichst grosse Untermenge von Knoten, die alle miteinander verbunden sind.
- Gibt es in G einen Eulerzyklus? Beweisen oder widerlegen Sie.
- Gibt es in G einen Hamiltonzyklus? Beweisen oder widerlegen Sie.

Aufgabe 2

2 Punkte

Gegeben ist ein beliebiger Baum mit 20 Knoten. Wie viele Wege gibt es zwischen zwei Knoten höchstens und mindestens? Begründen Sie kurz.

Aufgabe 3

6 Punkte

Beschreiben Sie einen effizienten Algorithmus (d.h. besser als einfach alles durchprobieren), der einen Eulerzyklus in einem gegebenen Graphen bestimmt.

Aufgabe 4

4 Punkte

Geben ist ein Graph G mit n Knoten. Um zu bestimmen, ob es einen Hamiltonzyklus gibt, werden «einfach alle» Möglichkeiten ausprobiert. Schätzen Sie die Komplexität (Rechenschritte als Funktion von n) eines solchen Algorithmus ab und begründen Sie.

Aufgabe 5

4 + 2 = 6 Punkte

Auf der «Klötzchen-Pyramide» rechts startet man zuoberst. In jedem Schritt bewegt man sich auf einen darunterliegenden Klotz. Der Preis für diesen Schritt entspricht der Zahl auf der übersprungenen Fläche.

- Finden Sie den Weg auf den Boden mit dem kleinsten Gesamtpreis. Erklären Sie, wie Sie vorgegangen sind.
- Wie viele unterschiedliche Wege von zuoberst auf den Boden gibt es?

