



Erkläre in eigenen Worten, wie die folgenden Ausdrücke definiert sind! (Wir nehmen an, dass a und t nicht-negative reelle Zahlen sind und dass n und m positive natürliche Zahlen sind.)

(a) $\sqrt[n]{a}$ ist diejenige nicht-negative reelle Zahl

(b) $t^{-\frac{1}{13}}$ ist

(c) $\sqrt[n]{5}$ ist

(d) $7^{-\frac{1}{m}}$ ist

Schreibe die Zweierpotenzen (= Potenzen von 2) bis zum Exponent 10, die Dreierpotenzen bis zum Exponent 5 und die Fünferpotenzen bis zum Exponent 4 auf und lerne sie auswendig!

Ergänze in jedem freien Rechteck die korrekte, passende Zahl und begründe, warum du diese Zahl gewählt hast! (ohne Taschenrechner; in der letzten Teilaufgabe sind Variablen einzutragen)

(a) $\sqrt[4]{16} = \square$, weil $\square^4 = \square$

(b) $\sqrt[3]{\square} = 5$, weil $\square^3 = \square$

(c) $\sqrt{\square} = \square$, weil $6^2 = \square$

(d) $\sqrt[8]{\square} = \square$, weil $\square^8 = 256$

(e) $\square\sqrt{\square} = 2$, weil $\square^{\square} = 128$

(f) $\sqrt{\square} = \square$, weil $\square^2 = 0.01$

(g) $\sqrt{\square} = \square$, weil $\square^2 = 0.16$

(h) $\square\sqrt{\square} = \square$, weil $\square^3 = 0.001$

(i) $\sqrt{ab} = \sqrt{\square}\sqrt{\square}$, weil $(\sqrt{a}\sqrt{b})^2 = \square^2\square^2 = \square$

Entscheide jeweils, ob die Behauptung wahr oder falsch ist und begründe deine Antwort! Ist die Behauptung falsch, so reicht die Angabe eines Gegenbeispiels!

(a) Für jede nicht-negative reelle Zahl a gilt $(\sqrt{a})^2 = a$.

(b) Für jede nicht-negative reelle Zahl a gilt $(\sqrt{a^2}) = a$.



(c) Für jede nicht-negative reelle Zahl a gilt $(\sqrt[3]{a^3}) = a$.

(d) Für jede reelle Zahl a gilt $\sqrt{a^2} = a$.

(e) Für jede reelle Zahl a gilt $\sqrt[3]{a^6} = a^2$.

(f) Für jede reelle Zahl a gilt $(\sqrt[3]{a^3}) = a$.

(g) Die Zahlen 10 und -10 sind die Quadratwurzeln von 100.

(h) Für alle nicht-negativen Zahlen a und b gilt $\sqrt{a^2 + 2ab + b^2} = a + b$.

(i) Für alle nicht-negativen Zahlen a und b gilt $\sqrt{a^2 - 2ab + b^2} = a - b$.

Als Ersatz für Aufgabe 13.3: Fülle die Lücken und begründe deine Eintragungen!

(a) $\sqrt[5]{\square} = 2$, weil $\square^{\square} = \square$

(b) $\sqrt[5]{\square^2} = (\sqrt[5]{\square})^2$, weil $((\sqrt[5]{\square})^2)^{\square} = (\sqrt[5]{\square})^{\square \cdot \square} = ((\sqrt[5]{\square})^{\square})^2 = \square^2$

(c) $\sqrt[3]{\square^2} = (\sqrt[3]{\square})^2$, weil $((\sqrt[3]{\square})^2)^{\square} = (\sqrt[3]{\square})^{\square \cdot \square} = ((\sqrt[3]{\square})^{\square})^2 = \square^2$

(d) $\sqrt[n]{\square^m} = (\sqrt[n]{\square})^m$, weil $((\sqrt[n]{\square})^m)^{\square} = (\sqrt[n]{\square})^{\square \cdot m} = ((\sqrt[n]{\square})^{\square})^m = \square^m$

(e) $(\sqrt[3]{5})^2 \neq (\sqrt[2]{5})^3$, weil sonst beim Potenzieren mit $2 \cdot 3 = 6$ dasselbe herauskommen müsste. Aber $((\sqrt[3]{5})^2)^6 = (\sqrt[3]{5})^{\square} = ((\sqrt[3]{5})^{\square})^4 = \square^{\square}$ und $((\sqrt[2]{5})^3)^6 = (\sqrt[2]{5})^{\square} = ((\sqrt[2]{5})^{\square})^9 = \square^{\square}$ sind verschieden.

Als Ersatz für Aufgabe 13.4:

(a) $\sqrt[15]{7^9} = \sqrt[5]{7^3}$, da $\square^{15} = (\square^5)^{\square} = (7^{\square})^3 = \square^{\square}$

(b) $\sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} = \sqrt[n]{a^m}$, da $\square^{n \cdot k} = (\square^n)^{\square} = (a^{\square})^k = \square^{\square \cdot k}$