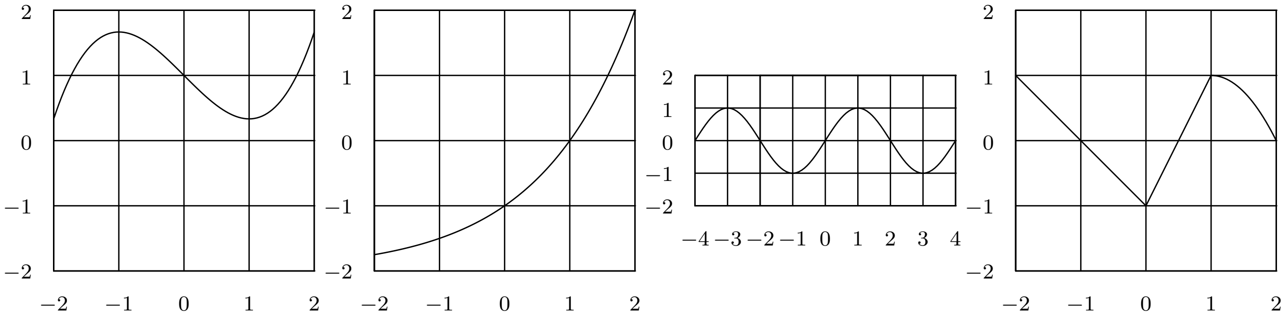
Merke 19.1 Ableitung einer Funktion

Die **Ableitung $f'(x)$ einer Funktion f an einer Stelle** x ist die Steigung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $(x, f(x))$. Mit anderen Worten ist die Ableitung die lokale Änderungsrate von f an der Stelle x.
Die Zuordnung $x \mapsto f'(x)$ ist wiederum eine Funktion. Sie heisst die **Ableitung von** f und wird als f' geschrieben. Sprechweise: «f Strich».

Aufgabe 19.2 Skizzieren Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:



Beispiel: Beschreibt die Funktion $s(t)$ die Strecke als Funktion der Zeit (z.B. $s(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0$), ist deren Ableitung die entsprechende momentane Geschwindigkeit (also $v(t) = at + v_0$). Die Änderung der Geschwindigkeit wäre dann die Beschleunigung (also $a(t) = a$, in diesem Fall konstant).

Merke 19.2 Ableitung als Grenzwert von Sekantensteigungen

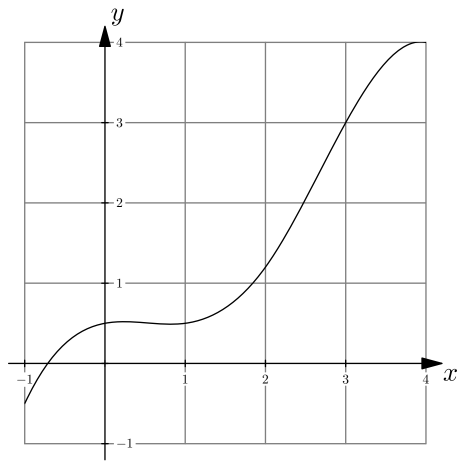
Die **Ableitung $f'(x)$ einer Funktion f an einer Stelle** x ist der folgende Limes (= Grenzwert) von Sekantensteigungen.

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{u\to x} \frac{f(u) - f(x)}{u - x}.$$

Sprechweise: «der Limes für h gegen Null von ...» bzw. «der Limes für u gegen x von ...»
Die Quotienten

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \qquad \text{und} \qquad \frac{f(u) - f(x)}{u - x}$$

von Differenzen heisst **Differenzenquotienten**.
Der obige Limes von Differenzenquotienten heisst **Differentialquotient**.



19.3 Ableitung von Potenzfunktionen

Aufgabe 19.3 Bestimmen Sie die Ableitung von $f(x) = x^3$, indem Sie ermitteln, wie sich der Differenzenquotient $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ für h gegen Null verhält.

✎

Aufgabe 19.4 Leiten Sie $f(x) = x^2$ ab (d. h. bestimmen Sie die Ableitung dieser Funktion). Vergleichen Sie ihr Ergebnis mit dem früheren Resultat, dass die Tangente an die Normalparabel im Punkt (p, p^2) durch $t(x) = 2px - p^2$ gegeben ist.