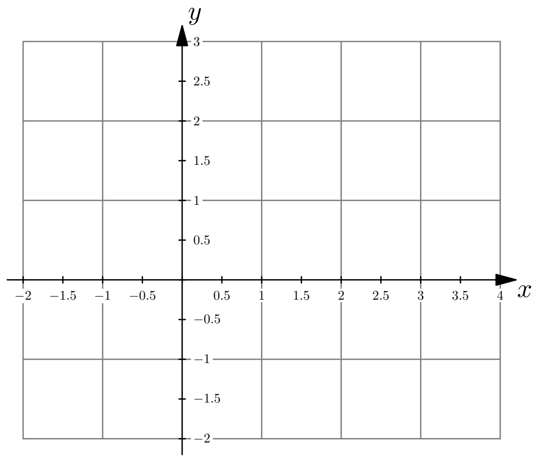
19.6 Ableitung der Umkehrfunktion

Bestimmen Sie die Ableitung von $f(x) = \ln(x)$ (Logarithmus zur Basis e). Gehen Sie wie folgt vor:



a) Zeichnen Sie die Graphen von $f(x) = \ln(x)$ und $g(x) = e^x$ ins gleiche Koordinatensystem. Was ist der geometrische Zusammenhang dieser beiden Graphen?
✎

b) An der allgemeinen Stelle x_0 soll die Ableitung bestimmt werden. Für $x_0 = 2$ skizzieren Sie im Punkt $(x_0, \ln(x_0))$ die Tangente t_f an $f(x)$. Skizzieren Sie die Tangente t_g im gespiegelten Punkt an $g(x)$.

c) Bestimmen Sie die Tangentensteigung von t_g mit Hilfe der Ableitung von $g(x)$.
✎

d) Schliessen Sie daraus auf die Tangentensteigung von t_f und damit die Ableitungsfunktion von $f(x) = \ln(x)$.
✎

Merke 19.7 Ableitung des natürlichen Logarithmus

Es gilt:

$$(\ln(x))' = \frac{1}{x}.$$

Aufgabe 19.11 Mit Hilfe der Basiswechselformel leiten Sie $f(x) = \log_b(x)$ für eine beliebige Basis in $\mathbb{R}^\star \setminus \{1\}$ ab.

$(\log_b(x))' =$

Merke 19.8 Ableitung einer beliebigen Logarithmusfunktion

Es gilt:

$$(\log_b(x))' =$$

Aufgabe 19.12 Analog zum Einführungsbeispiel mit der Ableitung des natürlichen Logarithmus, leiten Sie die Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ als Umkehrfunktion der Funktion $g(x) = x^2$ ab.