

### 19.14 Lösungen

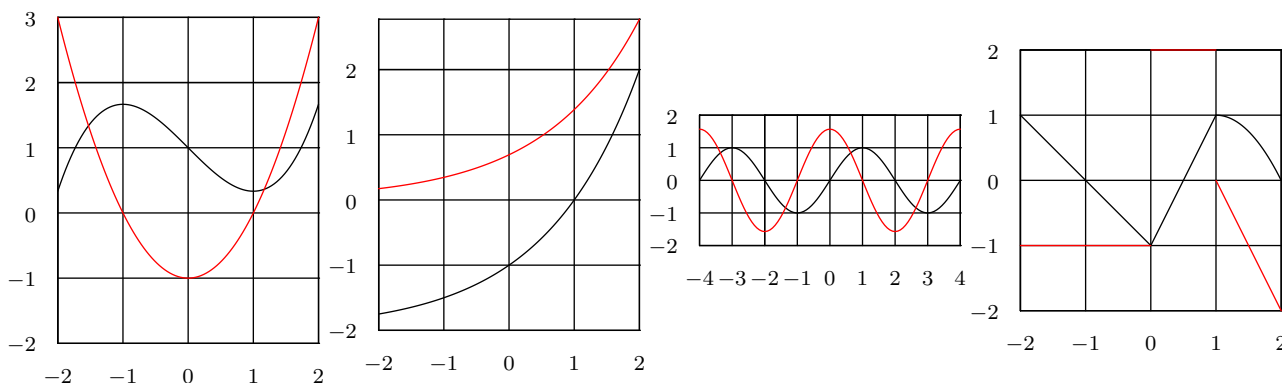
Hinweise zu den Symbolen:

✂ Diese Aufgaben könnten (mit kleinen Anpassungen) an einer Prüfung vorkommen. Für die Prüfungsvorbereitung gilt: "If you want to nail it, you'll need it".

✳ Diese Aufgaben sind wichtig, um das Verständnis des Prüfungsstoffs zu vertiefen. Die Aufgaben sind in der Form aber eher nicht geeignet für eine Prüfung (zu grosser Umfang, nötige «Tricks», zu offene Aufgabenstellung, etc.). **Teile solcher Aufgaben können aber durchaus in einer Prüfung vorkommen!**

✂ Diese Aufgaben sind dazu da, über den Tellerrand hinaus zu schauen und/oder die Theorie in einen grösseren Kontext zu stellen.

#### ✂ Lösung zu Aufgabe 19.2 ex-ableitungenskizzieren



#### ✂ Lösung zu Aufgabe 19.9 ex-polynome-und-potenzfunktionen-ableiten

- |                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| a) $a'(x) = 42x^{41}$               | b) $b'(x) = 20x^3$                                |
| c) $c'(x) = 3x^2 + 2x$              | d) $d'(x) = 0$                                    |
| e) $e'(x) = 1$                      | f) $f'(x) = (x^2)' = 2x$                          |
| g) $g'(x) = 1 + x + \frac{1}{2}x^2$ | h) $h'(x) = (x^{-1})' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$ |

#### ✂ Lösung zu Aufgabe 19.12 ex-wurzel-ableiten

Gesucht ist die Tangentensteigung an den Graphen von  $f(x) = \sqrt{x}$ . Wir wählen einen Punkt  $(x_0, \sqrt{x_0})$  auf dem Graphen von  $f(x)$ . Der entsprechende Punkt auf  $g(x)$  hat die Koordinaten  $(\sqrt{x_0}, x_0)$ . Die Tangentensteigung in diesem Punkt erhalten wir durch die Ableitung von  $g'(x) = 2x$ , also  $g'(\sqrt{x_0}) = 2\sqrt{x_0}$ .

Der Kehrwert davon ist die Tangentensteigung an der Stelle  $x_0$ . Wir folgern

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

#### ✂ Lösung zu Aufgabe 19.13 ex-funktionen-verschachteln

- |                                   |                                  |                                     |
|-----------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|
| a) $f(g(x)) = (2^x)^5$            | b) $g(f(x)) = 2^{x^5}$           | c) $f(k(x)) = (\sqrt{x})^5$         |
| d) $k(h(f(x))) = \sqrt{\ln(x^5)}$ | e) $g(f(h(x))) = 2^{(\ln(x))^5}$ | f) $h(g(k(x))) = \ln(2^{\sqrt{x}})$ |

#### ✂ Lösung zu Aufgabe 19.14 ex-funktionen-entschachteln

- |  |  |
|--|--|
| a) $f(x) = \ln(x^5)$ $g(x) = \ln(x), h(x) = x^5$ | b) $f(x) = \sqrt{4^x}$ $g(x) = \sqrt{x}, h(x) = 4^x$ |
| c) $f(x) = 2^{x^2}$ $g(x) = 2^x, h(x) = x^2$     | d) $f(x) = (2^x)^2$ $g(x) = x^2, h(x) = 2^x$         |