



Damit bilden die Koeffizienten von x eine arithmetische Folge mit $a_1 = 2$ und $d = 2$, die Konstanten eine arithmetische Reihe (mit erstem Glied 0 und $d = 2$).

Damit lassen sich die Koeffizienten des n -ten Polynoms angeben:

Koeffizient von x : $2n$

Konstante : $n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} = n \cdot \frac{0 + 2(n-1)}{2} = n(n-1)$

und damit:

$$f^{(n)} = (x^2 + 2n \cdot x + n(n-1)) e^x$$

$$f^{(100)} = (x^2 + 200x + 9900) e^x$$

✂ Lösung zu Aufgabe 19.29 ex-im-gradmass-ableiten

Der Betrag der Geschwindigkeit (d.h. Länge des Geschwindigkeitsvektors) ist nicht mehr 1 sondern $\frac{2\pi}{360} = \frac{\pi}{180}$. Für die Ableitungen heisst das

$$\sin(\alpha)' = \frac{\pi}{180} \cdot \cos(\alpha) \quad \text{und}$$

$$\cos(\alpha)' = -\frac{\pi}{180} \cdot \sin(\alpha).$$

Darum ist das Bogenmass so viel eleganter.

✂ Lösung zu Aufgabe 19.30 ex-tangens-ableiten

Für $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$ gilt:

$$(\tan(x))' = \left(\frac{\sin(x)}{\cos(x)} \right)' = \frac{\cos(x) \cdot \cos(x) + \sin(x) \sin(x)}{(\cos(x))^2} = \frac{1}{\cos(x)^2}$$

✂ Lösung zu Aufgabe 19.31 ex-beschleunigung-im-einheitskreis

$$\vec{v}(t) = (\vec{OP}(t))' = ((\cos(x))', (\sin(x))') = (-\sin(x), \cos(x)).$$

$$\vec{a}(t) = (\vec{v}(t))' = ((-\sin(x))', (\cos(x))') = (-\cos(x), -\sin(x)) = -\vec{OP}(t)$$

Der Betrag (Länge) der Beschleunigung ist ebenfalls 1. Die Richtung ist entgegengesetzt der Richtung von \vec{OP} , was auch Sinn macht. Denn in diese Richtung wirkt die Zentripetalbeschleunigung. Oder man stellt sich den Punkt an einem im Kreiszentrum befestigten Faden vor.

✂ Lösung zu Aufgabe 19.32 ex-ableiten-hardcore

$$\text{a) } \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{x^2 + \ln(x)} \right)' = \frac{e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (x^2 + \ln(x)) - e^{\sqrt{x}} \cdot (2x + \frac{1}{x})}{(x^2 + \ln(x))^2}$$

$$\text{b) } (e^{e^x})' = e^{e^x} \cdot e^x = e^{e^x + x}$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{1+x^2} \right)' = \left((1+x^2)^{-1} \right)' = -(1+x^2)^{-2} \cdot (2x) = -\frac{2x}{(1+x^2)^2}$$

$$\text{d) } (\sin(\cos(x)))' = \cos(\cos(x)) \cdot -\sin(x)$$

$$\text{e) } \left(\sqrt{1 - (\sin(x))^2} \right)' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{1 - (\sin(x))^2}} \cdot (-2) \sin(x) \cdot \cos(x) = -\frac{\sin(x) \cdot \cos(x)}{\sqrt{1 - (\sin(x))^2}}$$

Hinweis: $1 - \sin(x)^2 = \cos(x)^2$, womit sich die Terme vereinfachen liessen. Allerdings ist $\sqrt{1 - (\sin(x))^2} = |\cos(x)|$, weil die Wurzel immer positiv ist.

$$\text{f) } (\cos(x) \cdot \tan(x))' = \left(\cos(x) \cdot \frac{\sin(x)}{\cos(x)} \right)' = (\sin(x))' = \cos(x)$$

$$\text{g) } \left((3x^3 - x)^5 \right)' = 5(3x^3 - x)^4 \cdot (9x^2 - 1)$$

$$\text{h) } \left(\left(\frac{7x-2}{\sqrt{x+2}} \right)^4 \right)' = 4 \left(\frac{7x-2}{\sqrt{x+2}} \right)^3 \cdot \frac{7 \cdot \sqrt{x+2} - (7x-2) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+2}}}{x+2}$$

$$\text{i) } \left(\sqrt{1 + \sqrt{1+x}} \right)' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1+x}}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{1+x}}$$