I. Blöchliger, S. Knaus, O. Schnürer

### Lösung zu Aufgabe 19.33 ex-formeln-ableiten

a) $F = m \cdot a$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}m} F = a.$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}a} F = m.$
Kraft ist Masse mal Beschleunigung. Die Kraft ist einfach proportional zu beiden Grössen.

b) $E = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}m} E = \frac{1}{2} v^2.$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v} E = mv.$
Kinetische Energie ist proportional zur Masse. Ändert man die Geschwindigkeit, nimmt die Energie je schneller zu, je grösser die Geschwindigkeit. D.h. um z.B. die Geschwindigkeit um 10 km/h zu erhöhen, ist bei hohen Geschwindigkeiten viel mehr Energie nötig.

c) $y = a \cdot \sin(\omega t)$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}a} y = \sin(\omega t)$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega} y = a \cos(\omega t) \cdot t$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} y = a \cos(\omega t) \cdot \omega$
Harmonische Schwingung, $y$ beschreibt die Position, damit ist $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} y$ die Geschwindigkeit, die Proportional zur Amplitude $a$ und der Winkelgeschwindigkeit $\omega$ ist.

d) $U = R \cdot I$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}R} U = I$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}I} U = R$
Spannung ist Widerstand mal Strom, proportional zu beiden Grössen.

e) $F_G = \Gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}m_1} F_G = \Gamma \frac{m_2}{r^2}$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}m_2} F_G = \Gamma \frac{m_1}{r^2}$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} F_G = -2 \cdot \Gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^3}$
Gravitationskraft zwischen zwei Massen.

f) $F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r}$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}m} F_Z = \frac{v^2}{r}$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v} F_Z = 2 \frac{mv}{r}$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} F_Z = -\frac{mv^2}{r^2}$
Zentripetalkraft bei einer Kreisbewegung aus Masse $m$, Geschwindigkeit $v$ und Radius $r$. Aus der letzten Ableitung liest man (überhaupt nicht überraschend) ab, dass die Kraft kleiner wird, wenn der Radius vergrössert wird.

g) $F_Z = m \cdot r \cdot \omega^2$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}m} F_Z = r \cdot \omega^2$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} F_Z = m \cdot \omega^2$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega} F_Z = m \cdot r \cdot 2\omega$
Zentripetalkraft bei einer Kreisbewegung aus Masse $m$, Winkelgeschwindigkeit $\omega$ und Radius $r$.

h) $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}a} = \frac{1}{2} \cdot t^2$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v_0} = t$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s_0} = 1$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} = at + v0$
Gleichmässig beschleunigte Bewegung. Die Ableitung der Position $s$ nach der Zeit $t$ entspricht der Geschwindigkeit. Eine abermalige Ableitung nach $t$ liefert die (in diesem Fall konstante) Beschleunigung.