



18 Exponentialfunktionen und Logarithmen

Viele natürliche Prozesse können durch Exponentialfunktionen modelliert werden, z.B. der *radioaktive Zerfall* oder der *Ausbruch von Epidemien*.

Der natürliche Logarithmus ist die Umkehrfunktion der Exponentialfunktion und findet Anwendungen z.B. in der Chemie mit der Angabe des *pH-Werts* oder bei Massangaben von z.B. *Schallstärke* oder *Erdbebenintensität*.

18.1 Exponentialfunktionen

Definition 18.1 Exponentialfunktion

Für jede **Basis** $a \in \mathbb{R}^+$ ist die zugehörige **Exponentialfunktion** gegeben durch

$$f(x) = a^x$$

Beachten Sie, dass das Argument x im Exponenten steht (im Gegensatz dazu wird bei Potenzfunktionen $g(x) = x^e$ das Argument potenziert).

Man kann Exponentialfunktionen als Verallgemeinerung von geometrischen Folgen mit Startwert $g_0 = 1$ und Wachstumsfaktor (Quotient) $q = a$ betrachten. Es gilt dann:

$$g_n = g_0 \cdot q^n = 1 \cdot a^n = a^n = f(n)$$

✂ **Aufgabe 18.1** Warum sind Exponentialfunktionen nur für positive Basen definiert?

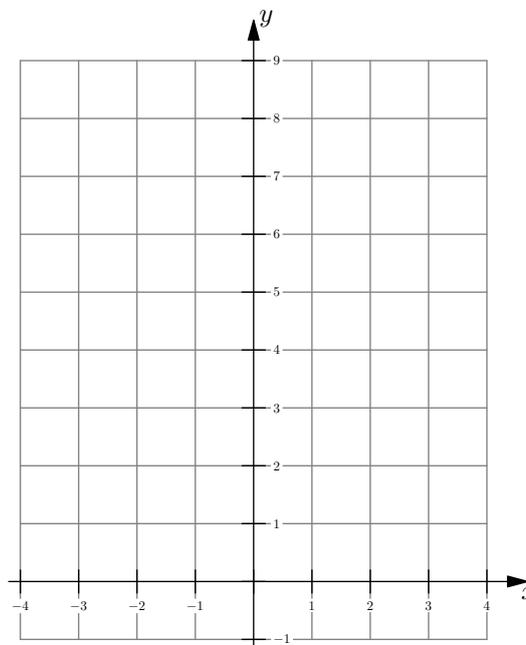


✂ **Aufgabe 18.2**

Zeichnen Sie die Graphen der Exponentialfunktionen für alle Basen $a \in \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}, 1, \frac{3}{2}, 2, 3 \right\}$ in das nebenstehende Koordinatensystem.

Vervollständigen Sie unter Beachtung der Graphen die folgenden Sätze:

- Alle Exponentialfunktionen gehen durch den Punkt _____.
- Der Graph der Exponentialfunktion $y = a^x$ ist monoton steigend für _____.
- Der Graph der Exponentialfunktion $y = a^x$ ist monoton fallend für _____.
- Der Wertebereich aller Exponentialfunktionen ist _____.
- Exponentialfunktionen haben _____ Nullstellen.
- Man erhält den Graphen der Funktion $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$, indem man den Graphen von $y = a^x$ _____.



✂ **Aufgabe 18.3** Welches Potenzgesetz steht hinter dem letzten Satz der letzten Aufgabe?

