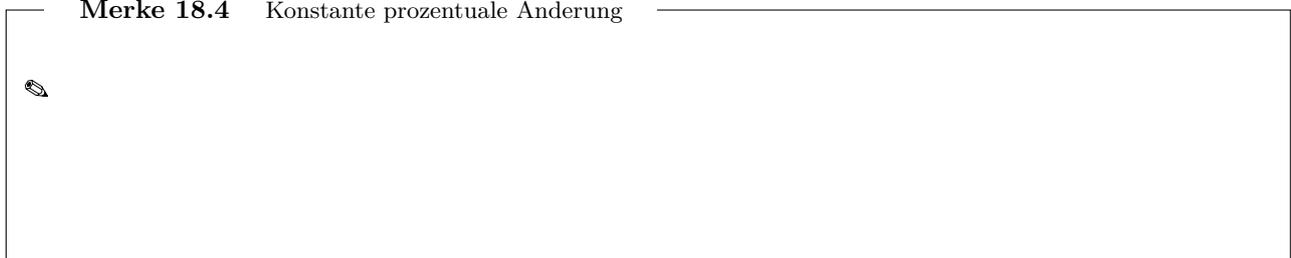




✂ **Aufgabe 18.10** Bestimmen Sie jeweils eine Exponentialfunktion der Form $f(x) = c \cdot a^x$, die die Situation beschreibt, und beantworten Sie mit Hilfe dieser Funktion und dem TR die Frage.

- a) Auf einer Insel wird von Wissenschaftlern ein Atomtest durchgeführt; dabei wird Strontium 90 freigesetzt (Halbwertszeit 28 Jahre). Nach dem Test liegen die Strahlungswerte auf der Insel um 20% über der Toleranzgrenze. Nach wieviel Jahren kann man die Insel erstmals wieder betreten?
- b) Ken und Berry glauben, dass der Schaum bei alkoholischen Getränken (Bier) schneller zerfällt als bei nicht-alkoholischen Getränken (Karamalz). Bei beiden Getränken steht der Schaum anfänglich 5cm hoch. Beim Bier misst Ken 14 Sekunden, bis der Schaum bei 4.5cm steht. Berry misst nach einer Minute eine Schaumhöhe von 3.1cm im Glas mit Karamalz. Der Zerfall kann bei beiden Getränken angenähert als exponentieller Zerfall beschrieben werden.
 - (a) Wie hoch steht der Schaum im Karamalz Glas nach 3 Minuten?
 - (b) Bei welchem Getränk zerfällt der Schaum schneller?
 - (c) Zu welchem Zeitpunkt ist die prozentuale Abnahme pro Minute im Karamalz-Glas maximal?

Merke 18.4 Konstante prozentuale Änderung



Konstantes Bevölkerungswachstum z.B. würde in exponentiellem Wachstum resultieren; genauso verhält es sich mit dem BIP (pro Kopf) o.ä.

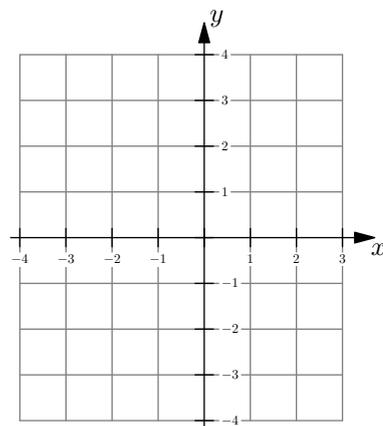
18.2 Logarithmen

✂ **Aufgabe 18.11**

Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $f(x) = 2^x$ in das nebenstehende Koordinatensystem ein. Zeichnen Sie dann den Graphen der (unten definierten) Umkehrfunktion $g(x) = f^{-1}(x)$.

Der Wert $g(x_g)$ der Umkehrfunktion g an der Stelle x_g ist die Antwort auf die folgende Frage: «Welcher x -Wert x_f erfüllt $f(x_f) = x_g$?»

Es gilt somit $g(f(x)) = x$. D.h. g macht f wieder rückgängig.



Hinweis: Die Notation f^{-1} hat nichts mit Potenzieren oder dem Kehrwert zu tun und ist nur eine Notation, um die Umkehrfunktion zu schreiben. Diese rührt daher, dass $h(x) = f(g(x))$ als $h = f \circ g$ geschrieben werden kann, was ein bisschen wie eine Multiplikation aussieht. Die Multiplikation mit einer Zahl a kann mit der Multiplikation mit a^{-1} rückgängig gemacht werden.

In seltenen Fällen trifft man die Notation «arg f » an; sie ist dadurch motiviert, dass die Umkehrfunktion zum Wert $f(x)$ das Argument x liefert.

Merke 18.5 Graph der Umkehrfunktion

Den Graphen der Umkehrfunktion f^{-1} erhält man, indem man den Graphen der Ausgangsfunktion f an der 45°-Achsen-Winkelhalbierenden spiegelt.

Bis jetzt haben wir Exponentialfunktionen besprochen. In den kommenden Abschnitten geht es darum, die Umkehrfunktion einer Exponentialfunktionen kennenzulernen und Rechengesetze dafür herzuleiten.