



Definition 18.4 Logarithmus

Für $b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ und $c \in \mathbb{R}^+$ definiert man

$$a = \log_b(c) \iff b^a = c$$

Ausgesprochen als « a ist der **Logarithmus zur Basis b von c** ». b ist die **Logarithmusbasis** und c ist das **Argument**.

Merke 18.6 Logarithmus

Der Logarithmus **liefert den Exponenten**, mit dem die Basis potenziert werden muss, um das Argument (das was im Logarithmus steht) zu erhalten.

Für $c < 0$ ist $\log_b(c)$ nicht definiert, weil Exponentialfunktionen nur positive Werte liefern.

Es gilt $\log_b(1) = 0$, weil $b^0 = 1$.

18.4 Spezielle Logarithmusbasen

Basis	Name	Schreibweise
10	Zehnerlogarithmus (dekadischer Logarithmus)	$\lg(c) := \log_{10}(c)$
2	Zweierlogarithmus (binärer Logarithmus)	$\text{lb}(c) := \log_2(c)$
$e \approx 2.7182818$	Natürlicher Logarithmus	$\ln(c) := \log_e(c)$

✂ **Aufgabe 18.13** Berechnen Sie

- | | | | |
|----------------------|-----------------------|-------------------|------------------------|
| a) $\lg(10'000)$ | b) $\lg(0.1)$ | c) $\lg(10^{23})$ | d) $\lg(0.0001)$ |
| e) $\text{lb}(1024)$ | f) $\text{lb}(0.125)$ | g) $\ln(1)$ | h) $\ln(e^{\sqrt{2}})$ |

✂ **Aufgabe 18.14** Lösen Sie nach x auf (Resultat als Logarithmus). Schätzen Sie für a) bis c) das Ergebnis von Hand ab, und überprüfen Sie mit dem TR.

- | | | |
|---------------|--------------|-------------------------|
| a) $8^x = 16$ | b) $2^x = 7$ | c) $10^x = \frac{1}{2}$ |
| d) $a^x = 7$ | e) $2^x = b$ | f) $z^x = y$ |

✂ **Aufgabe 18.15** Beweisen Sie mit der Definition des Logarithmus, dass $\log_b(b^x) = x$ und $b^{\log_b(x)} = x$.



✂ **Aufgabe 18.16** Berechnen Sie von Hand mit der Idee $\log_b(b^a) = a$.

- | | | |
|-----------------|--|-----------------------|
| a) $\log_2(32)$ | b) $\log_3\left(\frac{1}{81}\right)$ | c) $\log_5(\sqrt{5})$ |
| d) $\log_9(27)$ | e) $\log_2\left(\frac{1}{\sqrt[3]{16}}\right)$ | f) $\log_7(1)$ |

✂ **Aufgabe 18.17** Berechnen Sie von Hand mit der Idee $b^{\log_b(c)} = c$.

- | | | |
|--------------------|---------------------------|-----------------------|
| a) $3^{\log_3(7)}$ | b) $9^{\log_3(\sqrt{5})}$ | c) $2^{-\log_8(125)}$ |
|--------------------|---------------------------|-----------------------|

✂ **Aufgabe 18.18** Zeichnen Sie die Graphen folgender Funktionen.

- | | | | |
|-----------------------|--------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| a) $a(x) = \log_2(x)$ | b) $b(x) = \log_{10}(x)$ | c) $c(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$ | d) $d(x) = \log_{\frac{1}{10}}(x)$ |
|-----------------------|--------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|