

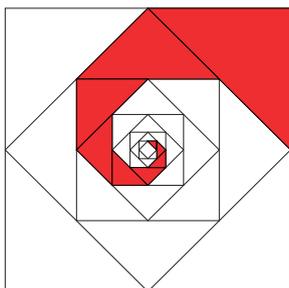


	a)	b)	c)	d)	e)	f)
g_0	1	6		4	40	
g_n		13122		5.8564	-625	0.16
n	7		11	4	3	5
q	2	3	-3			0.2
s_n			398580			

Quelle: Erhard Rhyn, Analysis, A21, S. 3, angepasst für Null basierte Folgen.

17.3 Vertiefende Aufgaben zu Folgen und Reihen

Aufgabe 17.21 Das äussere Quadrat in der Zeichnung habe eine Seitenlänge von 8 cm.



- (a) Wie gross ist die rote/schraffierte Fläche? Das heisst, die Gesamtfläche der neun roten Dreiecke?
- (b) Wie gross ist die Gesamtfläche dieser Dreiecke, wenn man statt neun Dreiecken unendlich viele in dieser Art gebildete Dreiecke betrachtet?
- (c) Wie gross ist der Umfang dieser unendlich fortgesetzten Figur?

Quelle: Erhard Rhyn, Analysis, A107, S. 12

Aufgabe 17.22 Die Kochsche Schneeflocke ist wie folgt definiert:

- Man startet mit einem gleichseitigen Dreieck (3 Strecken) mit Seitenlänge $s = 1$ (Schritt 0).
- Man wiederholt folgenden Schritt:
 - Jede Strecke wird in 3 gleich lange Strecken unterteilt (Punkte A, B, C, D). Der mittlere Teil BC wird entfernt und durch zwei Strecken BE und EC ersetzt, wobei $\triangle BEC$ gleichseitig ist. Der Punkt E wird so gewählt, dass die Spitze E «nach aussen zeigt».

- a) Skizzieren Sie die Figuren nach dem nullten, ersten, zweiten, dritten und vierten Schritt.
- b) Berechnen Sie die Umfänge U_0, U_1, U_2, U_3 der ersten vier Figuren, d.h. die Gesamtlänge aller Strecken der ersten vier Figuren. Finden Sie dann eine Formel, um den Umfang U_n der Figur nach n Schritten zu berechnen.
- c) Berechnen Sie die Flächeninhalte A_0, A_1, A_2, A_3 der ersten vier Figuren. Finden Sie dann eine Formel, um den Flächeninhalt A_n nach n Schritten zu berechnen.
- d) Wenn die Anzahl Schritte n immer grösser wird, was passiert mit dem Umfang und dem Flächeninhalt? Finden Sie ein ähnliches Phänomen aus dem «Alltag»?

Aufgabe 17.23 (Collatz-Problem) Für jede Zahl $c \in \mathbb{N}^+$ sei

$$(a_n) = \begin{cases} a_0 = c \\ a_{n+1} = \begin{cases} a_n/2 & \text{wenn } a_n \text{ gerade} \\ 3a_n + 1 & \text{sonst} \end{cases} \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie die ersten 20 Glieder der Folge (a_n) für $c \in \{1, 3, 9\}$. Was stellen Sie für unterschiedliche Werte von c fest?
- b) Untersuchen Sie die Folge für den Wert von $c = 27$. Programmieren Sie die Folge mit Python oder auf dem TR. Mit dem TR können Folgen so definiert werden:
Wechseln Sie in den «Graph»-Modus (wo auch Funktionen gezeichnet werden können). Löschen Sie allfällige Graphen dort.
Drücken Sie «menu 3 7 1»
Definieren Sie:

$$u1(n)=ifFn(\text{mod}(u1(n-1), 2)=0, u1(n-1)/2, u1(n-1) \cdot 3+1)$$

Mit Anfangswert 27.

Bestätigen Sie mit «enter» und passen Sie dann den Zoom an mit «menu 4 A».