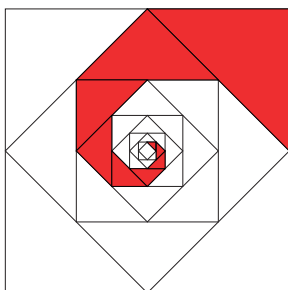


| | a) | b) | c) | d) | e) | f) |
|-------|----|-------|--------|--------|------|------|
| g_0 | 1 | 6 | | 4 | 40 | |
| g_n | | 13122 | | 5.8564 | -625 | 0.16 |
| n | 7 | | 11 | 4 | 3 | 5 |
| q | 2 | 3 | -3 | | | 0.2 |
| s_n | | | 398580 | | | |

Quelle: Erhard Rhyn, Analysis, A21, S. 3, angepasst für Null basierte Folgen.

17.3 Vertiefende Aufgaben zu Folgen und Reihen

✂ **Aufgabe 17.21** Das äussere Quadrat in der Zeichnung habe eine Seitenlänge von 8 cm.



- Wie gross ist die rote/schraffierte Fläche? Das heisst, die Gesamtfläche der neun roten Dreiecke?
- Wie gross ist die Gesamtfläche dieser Dreiecke, wenn man statt neun Dreiecken unendlich viele in dieser Art gebildete Dreiecke betrachtet?
- Wie gross ist der Umfang dieser unendlich fortgesetzten Figur?

Quelle: Erhard Rhyn, Analysis, A107, S. 12

✂ **Aufgabe 17.22** Die Kochsche Schneeflocke ist wie folgt definiert:

- Man startet mit einem gleichseitigen Dreieck (3 Strecken) mit Seitenlänge $s = 1$ (Schritt 0).
- Man wiederholt folgenden Schritt:
 - Jede Strecke wird in 3 gleich lange Strecken unterteilt (Punkte A, B, C, D). Der mittlere Teil BC wird entfernt und durch zwei Strecken BE und EC ersetzt, wobei $\triangle BEC$ gleichseitig ist. Der Punkt E wird so gewählt, dass die Spitze E «nach aussen zeigt».

- Skizzieren Sie die Figuren nach dem nullten, ersten, zweiten, dritten und vierten Schritt.
- Berechnen Sie die Umfänge U_0, U_1, U_2, U_3 der ersten vier Figuren, d.h. die Gesamtlänge aller Strecken der ersten vier Figuren. Finden Sie dann eine Formel, um den Umfang U_n der Figur nach n Schritten zu berechnen.
- Berechnen Sie die Flächeninhalte A_0, A_1, A_2, A_3 der ersten vier Figuren. Finden Sie dann eine Formel, um den Flächeninhalt A_n nach n Schritten zu berechnen.
- Wenn die Anzahl Schritte n immer grösser wird, was passiert mit dem Umfang und dem Flächeninhalt? Finden Sie ein ähnliches Phänomen aus dem «Alltag»?

✂ **Aufgabe 17.23** (Collatz-Problem) Für jede Zahl $c \in \mathbb{N}^+$ sei

$$(a_n) = \begin{cases} a_0 = c \\ a_{n+1} = \begin{cases} a_n/2 & \text{wenn } a_n \text{ gerade} \\ 3a_n + 1 & \text{sonst} \end{cases} \end{cases}$$

- Bestimmen Sie die ersten 20 Glieder der Folge (a_n) für $c \in \{1, 3, 9\}$. Was stellen Sie für unterschiedliche Werte von c fest?
- Untersuchen Sie die Folge für den Wert von $c = 27$. Programmieren Sie die Folge mit Python oder auf dem TR. Mit dem TR können Folgen so definiert werden:
Wechseln Sie in den «Graph»-Modus (wo auch Funktionen gezeichnet werden können). Löschen Sie allfällige Graphen dort.
Drücken Sie «menu 3 7 1»
Definieren Sie:

$$u1(n) = \text{ifFn}(\text{mod}(u1(n-1), 2) = 0, u1(n-1)/2, u1(n-1) \cdot 3 + 1)$$

Mit Anfangswert 27.

Bestätigen Sie mit «enter» und passen Sie dann den Zoom an mit «menu 4 A».