$c = 3$: $(a_n) = 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, \ldots$
$c = 9$: $(a_n) = 9, 28, 14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, \ldots$
Die Folge endet immer mit Wiederholungen von $1, 4, 2$.
Mögliches Pythonscript:

```
c=27  # Anfangswert
n=50  # Anzahl Elemente
for i in range(n):
   print("a(%d) = %d" % (i,c))
   if c%2==0:
      c = c/2
   else:
      c = 3*c+1
```

Lösung zu Aufgabe 17.24 ex-binet-formel

a) $(f_n) = 0,\ 1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 8,\ 13,\ 21,\ 34,\ 55,\ 89,\ 144\ \ldots$

b) Gesucht ist der Quotient/Wachstumsfaktor q. Die Fibonacci-Eigenschaft muss natürlich auch für die Glieder $g_0 = 1$, $g_1 = q$ und $g_2 = q^2$ gültig sein, also

$$q^2 = q + 1$$

Die Lösungen (per Mitternachtsformel) sind $q_1 = \varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ und $q_2 = \psi = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$.
Beachte: Die Fibonacci-Eigenschaft allgemein ist $q^n = q^{n-1} + q^{n-2}$. Sie folgt aus $q^2 = q + 1$ durch Multiplikation mit q^{n-2}.

c) Es gilt $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$. Zu zeigen ist, dass dann auch $b_n = b_{n-1} + b_{n-2}$ gilt. Es gilt aber

$$b_n = \lambda a_n = \lambda(a_{n-1} + a_{n-2}) = \lambda a_{n-1} + \lambda a_{n-2} = b_{n-1} + b_{n-2}$$

d) Es gilt

$$c_n = a_n + b_n = a_{n-1} + a_{n-2} + b_{n-1} + b_{n-2} = a_{n-1} + b_{n-1} + a_{n-2} + b_{n-2} = c_{n-1} + c_{n-2}$$

e) Mit $g_0 = 0$, $g_1 = \varphi$, $h_0 = 1$ und $h_1 = \psi$ und $f_0 = 0$ und $f_1 = 1$ erhält man:

$$\begin{cases} n = 0: & x + y = 0 \\ n = 2: & x\frac{1+\sqrt{5}}{2} + y\frac{1-\sqrt{5}}{2} = 1 \end{cases}$$

Die Lösungen sind $x = \frac{\sqrt{5}}{5}$ und $y = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

$$f_n = \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

Lösung zu Aufgabe 17.25 ex-bond-kurs

(a) $\frac{20}{1.03^2} \approx 18.85$

(b) $\frac{20}{1.03^i}$

(c) $\sum_{i=1}^{8} \frac{20}{1.03^i} = 20 \sum_{i=1}^{8} \frac{1}{1.03^i} = 20 \sum_{i=1}^{8} \left(\frac{1}{1.03}\right)^i$. Damit ist $g_1 = \frac{1}{1.03}$ und $q = \frac{1}{1.03}$. Mit der Summen-