



✘ **Aufgabe 10.1** Wahr oder falsch? Falls die Aussage falsch ist, korrigieren Sie diese mit möglichst kleinen Änderungen.

a)  $\mathbb{N}^+ = \mathbb{Z}^+$

b)  $\mathbb{R}^- = \mathbb{R} \setminus \mathbb{R}^+$

c)  $\mathbb{R}^* = \mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^-$

d)  $\mathbb{Q}^+ \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N}$

e)  $\mathbb{R}_0^- \cap \mathbb{Q}_0^+ = \{0\}$

f)  $\mathbb{R}_0^+ \cup \mathbb{Z}^- = \mathbb{Q}$

## 10.2 Notation von Funktionen

In ausführlicher Weise wird eine Funktion  $f$  wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} f : \mathbb{D} &\rightarrow \mathbb{W} \\ x &\mapsto f(x) \end{aligned}$$

wobei gelten:

- $f$  ist der **Name der Funktion** (normalerweise ein beliebiger Kleinbuchstabe)
- $\mathbb{D}$  ist die Definitionsmenge (meist maximal gross)
- $\mathbb{W}$  ist die Wertemenge (oft minimal klein)
- $x$  ist das **Argument**, wobei  $x$  aus  $\mathbb{D}$  kommt. Die Wahl des Buchstabens ist beliebig (er darf aber noch nicht anderweitig verwendet sein).
- $f(x)$  ist der **Wert** von  $f$  an der **Stelle**  $x$ . Dabei muss  $f(x)$  ein Element von  $\mathbb{W}$  sein (für jedes Argument  $x \in \mathbb{D}$ ).

Statt  $f(x)$  steht dort meist eine Formel, die angibt, wie  $f(x)$  aus  $x$  berechnet wird, vgl. die nachfolgenden Beispiele.

Sprechweise für obige Notation:

- Sprich: « $f$  von  $\mathbb{D}$  nach  $\mathbb{W}$ » für  $f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{W}$ .
- Sprich: « $x$  wird abgebildet auf  $f$  von  $x$ » für  $x \mapsto f(x)$ :

**Beispiele:**

$$\begin{array}{llll} a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} & m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} & s : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^* & q : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_0^+ \\ x \mapsto x + 5 & r \mapsto 3r & t \mapsto \frac{1}{t} & v \mapsto v^2 \end{array}$$

Diese Funktionen können auch abgekürzt wie folgt geschrieben werden:

$$a(x) = x + 5 \quad m(r) = 3r \quad s(t) = \frac{1}{t} \quad q(v) = v^2$$

Dabei wird jeweils die grösstmögliche Definitionsmenge angenommen (falls möglich  $\mathbb{R}$ ) und die kleinstmögliche Wertemenge, d. h.  $\mathbb{W} = \{f(x) \mid x \in \mathbb{D}\}$ .

Die obige Funktion  $a$  ist die «Maschine», die eine Zahl als Argument («Input») bekommt, 5 dazu zählt und dieses Resultat als Wert («Output») produziert. Entsprechend multipliziert  $m$  mit 3,  $s$  bildet den Kehrwert und  $q$  quadriert. (Die Funktionsnamen  $a$ ,  $m$ ,  $q$  sollen an *Addition*, *Multiplikation*, *Quadrieren* erinnern.)

**Berechnen Sie:**

a)  $a(2) =$

b)  $m(7) =$

c)  $s(5) =$

d)  $q(-1) =$

e)  $a\left(\frac{2}{3}\right) =$

f)  $m\left(-\frac{3}{4}\right) =$

g)  $s(\sqrt{2}) =$

h)  $a(x-2) =$

i)  $m(u+v) =$

j)  $q(c+d) =$

k)  $a(m(4)) =$

l)  $m(a(4)) =$

m)  $q(m(s(-0.5))) =$

n)  $a(s(q(\sqrt{7}))) =$