



### ✚ Lösung zu Aufgabe 10.24 ex-koordinaten-rechtw-dreieck

In der POV-Ray Datei sind am Anfang folgende Variablen definiert:

- $x_a$  (in POV-Ray `xa`): Die  $x$ -Koordinate vom Punkt  $A$ .
- $x_b$  (in POV-Ray `xb`): Die  $x$ -Koordinate vom Punkt  $B$ .
- $m_b$  (in POV-Ray `mb`): Die Steigung der Seite  $b$ .

Aus diesen Variablen werden sukzessive alle weiteren Grössen berechnet.

#### Geraden $b$ und $a$ und der Punkt $C$

Die Gerade  $b$  hat folgende Funktionsgleichung:

$$f_b(x) = m_b \cdot x + q_b$$

wobei  $q_b$  im Moment noch unbekannt ist. Da der Punkt  $A = (x_a, 0)$  auf  $b$  liegt, gilt folgende Gleichung (die dann nach  $q_b$  aufgelöst wird):

$$\begin{array}{rcl} f(x_a) = 0 & & \\ m_b \cdot x_a + q_b = 0 & & | - m_b \cdot x_a \\ q_b = -m_b \cdot x_a & & \end{array}$$

Damit lässt sich in POV-Ray die Variable  $q_b$  wie folgt definieren:

```
#declare qb = -mb*xa;
```

Die Steigung der Gerade  $a$  lässt sich aus der Steigung der Geraden  $b$  berechnen, da diese rechtwinklig aufeinander stehen. Es gilt für rechtwinklige Steigungen  $m$  und  $m_{\perp}$ :

$$m_{\perp} = -\frac{1}{m}$$

also

$$m_a = -\frac{1}{m_b}$$

oder in POV-Ray Code ausgedrückt:

```
#declare ma = -1/mb;
```

Für den Achsenabschnitt  $q_a$  verfährt man genau gleich wie bei  $q_b$ . Es gilt:

$$q_a = -m_a \cdot x_b$$

Für den Schnittpunkt  $C = a \cap b$  mit  $x$ -Koordinate  $x_c$  gilt:

$$\begin{array}{rcl} f_a(x_c) = f_b(x_c) & & \\ m_a \cdot x_c + q_a = m_b \cdot x_c + q_b & & | - q_a - m_b \cdot x_c \\ x_c(m_a - m_b) = q_b - q_a & & | : (m_a - m_b) \\ x_c = \frac{q_b - q_a}{m_a - m_b} & & \end{array}$$

also

```
#declare xc = (qb-qa)/(ma-mb);
```

Die  $y$ -Koordinate  $y_c$  von  $C$  erhält man durch Einsetzen:

$$x_c = f_a(x_c) = m_a \cdot x_c + q_a$$

also

```
#declare yc = ma*xc+qa;
```

#### Punkte $A_b$ und $C_b$