Merke 22.1.4 Zählstrategie

Kann man das Zählen der Möglichkeiten in einzelne Schritte zerlegen und ist die jeweilige Anzahl Möglichkeiten in jedem Schritt unabhängig von der effektiven Wahl in den vorhergehenden Schritten, können die entsprechenden Anzahlen einfach multipliziert werden.

Aufgabe 22.2 Erfinden Sie selbst eine Aufgabe, in der für die Lösung die Anzahl Permutationen berechnet werden muss.

22.2 Variationen ohne Wiederholung

Merke 22.2.1 Lösungsstrategie

Es ist manchmal am einfachsten, «gleiche» Dinge mehrfach zu zählen (d.h. diese erst als unterschiedliche Dinge zu betrachten), und dann am Schluss durch die Anzahl Mehrfachzählungen zu dividieren.

Aufgabe 22.3

a) Wie viele unterschiedliche «Wörter» (d.h. auch völlig sinnfreie) können mit den Buchstaben vom Wort «SEEFAHREN» geschrieben werden?

b) Wie viele unterschiedliche «Wörter» (d.h. auch völlig sinnfreie) können mit den Buchstaben vom Wort «ANANAS» geschrieben werden?

c) 50 Personen nehmen an einer Tombola teil. Genau 5 davon gewinnen je einen unterschiedlichen Preis. Auf wie viele Arten können die 5 unterschiedlichen Preise verteilt werden?

Merke 22.2.2 Aus n unterschiedlichen Objekten auf k Plätze

Aus n unterschiedlichen Objekten sind k in einer Reihe zu platzieren. Die Anzahl Möglichkeiten dafür beträgt:

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+2) \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

Merke 22.2.3 n teilweise identische Objekte auf n Plätze

Sei k die Anzahl unterschiedlicher Objekte. Seien $m_1, m_2, \ldots, m_k$ die Anzahl Wiederholungen der Objekte (mit $\sum_{i=1}^{k} m_i = n$). Die Anzahl unterschiedlicher Anordnungen der n Objekte ist:

$$\frac{n!}{m_1! \cdot m_2! \cdot \ldots \cdot m_{k-1}! \cdot m_k!}.$$

Aufgabe 22.4

Wie viele Möglichkeiten gibt es, unterschiedliche «Wörter» der Länge 5 mit den Buchstaben «ABBCCCDDDD» zu schreiben?

Aufgabe 22.5 Vereinfachen Sie:

a) $\frac{1}{n!} + \frac{1}{(n+1)!}$

b) $\frac{(n+1)!}{n!} \cdot \frac{1}{n+1!}$