c) $\dfrac{(2n)!}{(2n-1)!} \cdot \dfrac{(n-1)!}{n!}$

d) $\dfrac{2n}{n+1} \cdot \dfrac{n^2-1}{n!}$

22.3 Variationen mit Wiederholung

Aufgabe 22.6

a) Wie viele «Wörter» der Länge 5 kann man mit beliebig vielen der drei Buchstaben A, B, C schreiben?

b) Man würfelt 10 mal hintereinander. Wie viele mögliche Folgen von Wurfergebnissen gibt es?

Merke 22.3.1 Variationen mit Wiederholung

Sind n Plätze (geordnet) mit k Objekten zu besetzen (wobei jedes Objekte beliebig viele Male vorkommen darf), gibt es dafür

$$k^n \text{ Möglichkeiten.}$$

22.4 Kombinationen ohne Wiederholung

Neben der Permutation ist die Kombination (ohne Wiederholung) der wichtigste Baustein.

Aufgabe 22.7

a) Aus einer Klasse von 25 Schülerinnen und Schülern soll eine Delegation von 3 Personen ausgewählt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es, eine solche Delegation zu bilden?

b) Eine Münze wird 50 Mal geworfen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, genau 3 mal Kopf und 47 mal Zahl zu werden? Zum Vergleich gleiche Frage mit 25 mal Kopf und 25 mal Zahl. Wie viele Möglichkeiten gibt es insgesamt?

c) Wie viele möglichen «Hände» gibt es im Jass? (D.h. auf wie viele Arten kann man 9 Karten aus 36 auswählen?)

Merke 22.4.1 n tief k

Die Anzahl Kombinationen, d.h. die Anzahl Möglichkeiten, aus n unterscheidbaren Objekten k auszuwählen, ohne die Reihenfolge zu berücksichtigen, ist

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!},$$

wobei $\binom{n}{k}$ als «n tief k» gelesen wird und als **Binomialkoeffizient** bezeichnet wird.
Auf Englisch wird sinnigerweise $\binom{n}{k}$ als «n choose k» gelesen.

Zum Namen «Binomialkoeffizient»

Wir betrachten im folgenden das Binom $(a+b)^n$ und dessen auspotenzierte Form:

$(a+b)^0$

$(a+b)^1$

$(a+b)^2$

$(a+b)^3$

$(a+b)^4$

$(a+b)^n$