Trägt man obrige Koeffizienten in einem Dreieck ein erhält man das sogenannte **Pascal'sche Dreieck**:

Aufgabe 22.8 Begründen Sie, warum ein Koeffizient immer die Summe der beiden oberen ist. *Hinweis: Beachten Sie, dass* $(a+b)^n = (a+b)^{n-1} \cdot (a+b)$ *ist.*

Aufgabe 22.9 Begründen Sie, warum der Koeffizient von $a^k b^{n-k}$ in der auspotenzierten Form von $(a+b)^n$ gleich $\binom{n}{k}$ ist.

Eigenschaften von Binomialkoeffizienten

Aufgabe 22.10 Beweisen Sie folgende Eigenschaften von Binomialkoeffizienten:

a) $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} = 2^n$ b) $\displaystyle\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$ c) $\displaystyle\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

Die schönsten Beweise sind natürlich jene, die möglichst anschaulich und einleuchtend sind. Man kann natürlich auch algebraisch verfahren.

Merke 22.4.2 Binomialkoeffizienten mit dem TR

Die Funktion heisst `nCr(n,k)`, z.B. liefert `nCr(10,2)` das Resultat 45.
TI-92 Plus: Via «MATH»: [2nd] [5] [7] [2]
TI-*n*spire: [menu] [5] [3]

22.5 Kombination mit Wiederholung

Die Formel zur Berechnung der Anzahl Kombinationen mit Wiederholung soll hier nur als Ausblick dienen.

Konkret geht es um die Anzahl mögliche Farbzusammenstellungen, wenn aus n Farben eine *ungeordnete* Gruppe von k Farben zusammengestellt werden soll, wobei jede Farbe mehrmals vorkommen kann.

Aufgabe 22.11 Gegeben sind 3 Farben R (rot), G (grün) und B (blau). Machen Sie ein komplette Liste aller möglichen ungeordneten Zusammenstellungen von 3 Farben, wobei sich die Farben wiederholen dürfen. Wie viele unterschiedliche Zusammenstellungen gibt es?

Aufgabe 22.12 Zur Herleitung der Formel der Anzahl Kombinationen mit Wiederholung für die Bildung von Gruppen der Grösse k aus n Objekten kann wie folgt vorgegangen werden:

Man platziert $n+k-1$ Streichhölzer in eine Reihe. Davon wählt man $n-1$ aus und markiert diese. Die Anzahl unmarkierter Streichhölzer zwischen den Rändern und den markierten Hölzern gibt die Anzahl an, wie oft jedes der n Objekte vorkommt.