



Zeichnen Sie dazu ein Beispiel für die Aufgabe [Aufgabe 22.11](#) und ein Beispiel für  $n = 4$  und  $k = 3$ .

**Merke 22.5.1**

Die Anzahl Kombinationen mit Wiederholung, d.h. Anzahl Möglichkeiten bei  $k$  Ziehungen mit Zurücklegen aus  $n$  Objekten beträgt:

$$\binom{n+k-1}{n-1} = \binom{n+k-1}{k}$$

✂ **Aufgabe 22.13** Beweisen Sie die Gleichung in der Merke-Box oben.

## 22.6 Übungsaufgaben

Folgende Aufgaben ([Aufgabe 22.14](#) bis [Aufgabe 22.21](#)) stammen aus dem Buch «Stochastik» der «DMK» und wurden von Andreas Meier, KSBG mit L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X gesetzt. Ihm sei herzlich gedankt.

✂ **Aufgabe 22.14** Siebenstellige Telefonnummern dürfen nicht mit einer 0 oder einer 1 beginnen.

- Wie viele verschiedene siebenstellige Telefonnummern erfüllen diese Bedingung?
- Jemand hat die Telefonnummer 523 46 87. Wie viele andere Telefonabonnenten könnten eine Telefonnummer mit genau denselben Ziffern haben?
- Jemand hat die Nummer 523 23 23. Wie viele andere Telefonabonnenten können eine Telefonnummer mit genau denselben Ziffern haben?
- In wie vielen siebenstelligen Telefonnummern kommt die Ziffer 1 mindestens zweimal vor?

✂ **Aufgabe 22.15**

- $P(23|14)$  ist ein Gitterpunkt im 1. Quadranten. Wie viele unterschiedliche kürzeste Gitterwege gibt es vom Ursprung  $O(0|0)$  zu  $P$ ?
- Wie viele kürzeste Gitterwege gibt es vom Punkt  $Q(3|6)$  zum Punkt  $R(12|45)$ ?
- $P(x|y)$  ist ein Gitterpunkt im 1. Quadranten:  $x, y \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie, dass es  $\binom{x+y}{x}$  kürzeste Gitterwege gibt, die vom Ursprung  $O(0|0)$  zum Punkt  $P$  führen.
- Wie viele kürzeste Wege von a) führen durch den Zwischenpunkt  $Z(5|6)$ ?

✂ **Aufgabe 22.16** Aus einer Gruppe von 17 Schülern sollen fünf für ein Organisationskomitee ausgewählt werden. Wie viele Auswahlmöglichkeiten gibt es?

✂ **Aufgabe 22.17** An einem Velorennen nehmen zwölf Velofahrer teil. Wie viele verschiedene Zieleinläufe sind theoretisch möglich,

- wenn alle Teilnehmer das Ziel erreichen?
- wenn nur zehn der zwölf Teilnehmer das Ziel erreichen?

✂ **Aufgabe 22.18** Im Schweizer Zahlenlotto ging es 1986 - 2012 darum, diejenigen sechs von 45 Zahlen, die von einer Maschine gezogen werden, richtig vorherzusagen. Die Reihenfolge der Ziehung spielt dabei keine Rolle. Löse die folgenden Aufgaben für diese Version des Zahlenlottos.

- Wie viele Möglichkeiten gibt es, sechs aus 45 Zahlen auszuwählen? Wie wahrscheinlich ist es demnach, alle sechs Zahlen richtig zu vorherzusagen?
- Wie viele mögliche Vorhersagen gibt es, bei denen genau  $k$  Zahlen richtig sind ( $k = 1, 2, \dots, 5$ )?
- Wie wahrscheinlich ist es, dass 1 unter den sechs Zahlen ist, die von der Maschine gezogen werden? Ändert sich das Resultat, wenn man statt der 1 eine andere Zahl betrachtet?