



```

letters = allletters.sort.uniq
multiplicity = Array.new(letters.size){|i| allletters.count{|l| l==letters[i]}}
return count(letters, multiplicity, length, dprint)
end

c = strcount("ABBCCDDDD", 5)
puts "#{c} words in total"

```

Systematisch könnte man wie folgt vorgehen. Man notiert sich alle möglichen Häufigkeiten von Buchstaben und wie viele mögliche Zuordnungen von Buchstaben zu diesen Häufigkeiten es dafür gibt.

1,1,1,2 A ist gesetzt, für den doppelten Buchstaben gibt es 3 Möglichkeiten. Für jede dieser Möglichkeiten gibt es $\frac{5!}{2!} = 60$ Variationen, also total 180.

1,2,2 Ist 'A' der eine, gibt es 3 Möglichkeiten einen Buchstaben wegzulassen. Ist A nicht dabei, gibt es 3 Möglichkeiten, den alleine vorkommenden Buchstaben zu wählen. Es gibt für jede der 6 Möglichkeiten $\frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30$ Variationen, also total 180.

1,1,3 Für den 3-fachen Buchstaben kann aus C und D ausgewählt werden. Danach gibt es noch je 3 Möglichkeiten, den fehlenden Buchstaben zu wählen. Total 6 Möglichkeiten mit je $\frac{5!}{3!} = 20$ Variationen, total also 120.

2,3 Für den 3-fachen Buchstaben kann aus C und D ausgewählt werden, für den 2-fachen bleiben noch 2 Buchstaben, also 4 Möglichkeiten mit je $\frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$ Variationen, also total 40.

1,4 D ist als 4-fach vorkommender Buchstabe gesetzt, für den anderen gibt es 3 Möglichkeiten mit je $\frac{5!}{4!} = 5$ Variationen, also total 15.

Alles zusammen $180 + 180 + 120 + 40 + 15 = 535$.

Eine andere Alternative ist zu zählen, welche Variationen nicht vorkommen können und diese von allen Möglichkeiten ohne Häufigkeitsbeschränkung abzuziehen.

Wenn alle Buchstaben bis zu 5 mal vorkommen dürfen, hat man pro «Stelle» 4 Möglichkeiten, total also $4^5 = 2^{10} = 1024$ Möglichkeiten.

Davon jetzt alle abzählen, wo mehr als 1 A, mehr als 2 B, mehr als 3 C oder 5 D vorkommen, scheint auch nicht viel einfacher zu sein.

2 'A': Es gibt $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ Plätze, die A zu platzieren, und $3^3 = 27$ Möglichkeiten, die restlichen Plätze mit B,C,D zu füllen, wobei aufzupassen ist, das man darunter auch eine Möglichkeit «AABBB» hat, die man wohl später noch einmal abzählt... Total 270.

3 'A': Es gibt (analog zu oben) 10 Möglichkeiten, die A nicht zu platzieren, und $3^2 = 9$ Möglichkeiten für die restlichen 2 Buchstaben. Total 90.

4 'A': 5 Plätze und 3 Möglichkeiten für den fünften Buchstaben. Total 15.

5 'A': Total 1 Möglichkeit.

Für 3 'B' ist jetzt auszuschliessen, dass man daneben noch 2 A hat, weil das oben schon berücksichtigt wurde. Ich werde diesen Weg hier nicht weiter ausführen.

✂ Lösung zu Aufgabe 22.5 ex-fakultaeten-kuerzen

- a) $\frac{1}{n!} + \frac{1}{(n+1)!} = \frac{n+1}{(n+1)!} + \frac{1}{(n+1)!} = \frac{n+2}{(n+1)!}$
- b) $\frac{(n+1)!}{n!} \cdot \frac{1}{n+1!} = (n+1) \cdot \frac{1}{n+1} = 1$
- c) $\frac{(2n)!}{(2n-1)!} \cdot \frac{(n-1)!}{n!} = 2n \cdot \frac{1}{n} = 2$
- d) $\frac{2n}{n+1} \cdot \frac{n^2-1}{n!} = \frac{2n}{n+1} \cdot \frac{(n+1) \cdot (n-1)}{n!} = 2n \cdot \frac{n-1}{n!} = \frac{2}{(n-2)!}$

✂ Lösung zu Aufgabe 22.6 ex-variation-mit-wiederholung

- a) Für jede Position 3 Möglichkeiten, also total $3^5 = 243$.