Aufgabe 20.1 Bestimmen Sie alle Extremalpunkte der Funktion $f(x) = x^2 - 4x + 5$. Wie viele Extremalpunkte erwarten Sie und sind das Minima oder Maxima? ✎

Definition 20.2.4 Zweite, dritte und höhere Ableitungen

Ist f eine Funktion, so wird ihre Ableitung f' auch als **erste Ableitung** von f bezeichnet.
Die Ableitung von f' wird als f'' notiert und heisst **zweite Ableitung** von f.
Die Ableitung von f'' wird als f''' notiert und heisst **dritte Ableitung** von f.
Weitere Ableitungen werden auch wie folgt notiert: $f'''(x) = f^{(3)}(x)$, die n-te Ableitung wäre dann $f^{(n)}(x)$

20.2.5. Beschreibt $s(t)$ die von einem Velofahrer zum Zeitpunkt t zurückgelegte Strecke, so ist die Ableitung (nach t) $s'(t)$ die (Momentan-)Geschwindigkeit und $s''(t)$ die Beschleunigung.

Aufgabe 20.2 Gegeben ist eine Funktion f und deren erste und zweite Ableitung. Wenn an einer Stelle x_0 die zweite Ableitung positiv (bzw. negativ) ist, was bedeutet das für den Graphen von f an der Stelle x_0?

✎

Merke 20.2.6

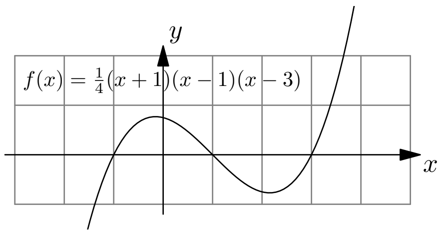
Sei f eine Funktion und x_0 eine reelle Zahl.

- Kriterium für lokales Maximum

$$\left.\begin{array}{l} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{array}\right\} \implies f \text{ hat lokales Maximum bei } x_0$$

- Kriterium für lokales Minimum

$$\left.\begin{array}{l} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{array}\right\} \implies f \text{ hat lokales Minimum bei } x_0$$



Definition 20.2.7 Sattelpunkt

Man sagt, dass eine Funktion f bei x_0 einen **Sattelpunkt hat**, wenn $f'(x_0) = 0$ gilt, die Funktion aber in jeder Umgebung von x_0 echt grössere und echt kleinere Werte als $f(x_0)$ annimmt.

Aufgabe 20.3 Finden Sie je eine Funktion f für die $f'(0) = 0$ und $f''(0) = 0$, wobei 0 einmal eine Minimalstelle, eine Maximalstelle und einmal ein Sattelpunkt ist. ✎