



Daraus kann der «interessante» Bereich der Funktion bestimmt werden mit `min(xx)` und `max(xx)` etc. Daraus können die Variablen `xmin` etc. festgelegt werden, die den Zoombereich festlegen. Mit `DrawSlp x,y,m` können Tangenten eingezeichnet werden und mit `Circle x,y,r` könnten Punkte markiert werden.

✂ **Aufgabe 20.6** Skizzieren Sie jeweils die Graphen der Funktion  $f$  (inklusive Tangenten) anhand folgender Resultate einer Kurvendiskussion. Bei Aufgaben b) und d) fehlen Einträge. Wie könnten diese aussehen und warum?

a)

$x$	-3	-2	-1	0	1	3
$y = f(x)$	-3	0	1	0.5	0	1
$f'(x)$	5	2	0	-1	0	1
$f''(x)$	0	-1	-1	0	1	0
$f'''(x)$	3	2	2	3	-2	-1

b)

$x$	-2	-1	0	1	2
$y = f(x)$	-2	0	1	2	2.5
$f'(x)$	0	3	0.5	2	0
$f''(x)$	2	0	0	0	-2
$f'''(x)$	0	3	2	-1	2

c)

$x$	-2	-1	1	2
$y = f(x)$	2	0	-1	0
$f'(x)$	-4	-1	0	3
$f''(x)$	0	2	1	2
$f'''(x)$	1	0	0	1

d)

$x$	-2	0	2	3
$y = f(x)$	0	2	1	0
$f'(x)$	2	0	0	-2
$f''(x)$	-1	-1	0	-3
$f'''(x)$	-1	1	1	2

### 20.5 Extremalaufgaben

Der Fokus bei Extremalaufgaben liegt auf der Modellierung, d.h. der Umsetzung eines beschreibenden Texts in eine präzise mathematische Formulierung. Ist die Formulierung abgeschlossen, kann die Aufgabe fast vollständig automatisiert gelöst werden. Z.B. mit dem CAS-fähigen Taschenrechner oder einem beliebigen CAS-Programm. (CAS steht für «Computer Algebra System» und bezeichnet Software, die symbolische mathematische Ausdrücke verarbeiten und manipulieren kann, wie z.B. Gleichungen lösen, ableiten, usw.)

In Extremalaufgaben ist eine (oder mehrere) Grösse(n) so zu bestimmen, dass eine andere Grösse möglichst gross oder klein wird. Als Beispiel ist die Höhe (und Radius) einer Büchse mit 1 l Volumen zu bestimmen, die eine möglichst kleine Oberfläche (Metallverbrauch) hat.

Das Vorgehen ist folgendes: Man bestimmt eine **Stellgrösse** (hier die Höhe), aus der die **Zielgrösse** (hier die Oberfläche) mit Hilfe der **Nebenbedingung** (Inhalt 1 l) berechnet werden kann. Man erhält so eine Funktion, von der man das Maximum oder Minimum sucht.

Oft ist die Stellgrösse zusätzlich eingeschränkt (hier z.B. muss die Höhe positiv sein), was den Definitionsbereich der Funktion ergibt. Das gesuchte Minimum oder Maximum kann also auch auf dem Rand des Definitionsbereichs liegen. Dies ist durch Auswerten der Funktion zu überprüfen.

✂ **Aufgabe 20.7** Welche Höhe und welchen Radius hat eine Büchse mit 1 l Volumen und minimaler Oberfläche?

**Stellgrösse:**  $h$  (Höhe) in dm

**Zielgrösse:**  $O = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$  in  $\text{dm}^2$

**Nebenbedingung:**  $V = 1 \text{ dm}^3$  mit  $V = h \cdot \pi r^2$ .

Aus der Nebenbedingung erhalten wir  $r = \dots$ .

Und damit  $O(h) = \dots$

Wir suchen jenes  $h$ , das zu minimaler Oberfläche führt. Dazu leiten wir nach  $h$  ab und setzen dann Null (horizontale Tangente):

