d) Gesuchter Punkt auf der Parabel: $Q(x, y)$.
Entfernung von $Q$ zu $P$: $d = \sqrt{(x-6)^2 + (y-0)^2}$.
Nebenbedingung: $y = \frac{1}{2}x^2$, weil $Q$ auf der Parabel liegt.
Zielfunktion: $d(x) = \sqrt{(x-6)^2 + \left(\frac{1}{2}x^2\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}x^4 + x^2 - 12x + 36}$.
Der Einfachheit halber bestimmen wir das Maximum der Funktion $e(x) = (d(x))^2$.
Extremum: $e'(x) = 0 \Rightarrow x^3 + 2x – 12 = 0 \Rightarrow x = 2$.
Der Punkt $Q(2, 2)$ hat von $P$ den kleinsten Abstand, und zwar $d = \sqrt{20}$.

### Lösung zu Aufgabe 20.11 ex-huellkurve-faden-bild

a)

b) $f_x(t) = -2 + 2t,\ f_y(t) = 1 - 2t$.

c) $g_x(t) = 2t,\ g_y(t) = -1 + 2t$.

d) $t = 0.125$, Funktionsgleichung $\ell(x) = -0.75 \cdot (x + 1.75) + 0.75$.

e) Funktionsgleichung einer Geraden durch zwei Punkte $P = (p_x, p_y)$ und $Q = (q_x, q_y)$:
Steigung $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{q_y - p_y}{q_x - p_x}$. Verschiebung der Ursprungsgeraden $y = m \cdot x$:

$$\ell(x) = m \cdot (x - p_x) + p_y = \frac{q_y - p_y}{q_x - p_x} \cdot (x - p_x) + p_y$$

f) $m = \frac{g_y(t) - f_y(t)}{g_x(t) - f_x(t)} = \frac{-2+4t}{2} = -1 + 2t$.

$$\begin{aligned} k_t(x) = (-1+2t) \cdot (x - (-2+2t)) + (1-2t) = \\ (-1+2t) \cdot x - (2 - 6t + 4t^2) + 1 - 2t = \\ (-1+2t) \cdot x - 4t^2 + 4t - 1 = \\ (-1+2t) \cdot x - (4t^2 - 4t + 1) = \\ (-1+2t) \cdot x - (-1+2t)^2 \end{aligned}$$

g) $y$-Wert: $y(t) = k_t(1) = (-1+2t) \cdot 1 - (-1+2t)^2 = -1 + 2t - 1 + 4t - 4t^2 = -2 + 6t - 4t^2$.
Wir suchen jenes $t$, für welches obiger Ausdruck möglichst gross wird. Dazu leiten wir nach $t$ ab: $y'(t) = 6 - 8t$. Bei der Extremalstelle ist $y'(t) = 0$, also $t = \frac{3}{4}$. Eingesetzt in $y(t) = k_t(1)$ erhält man $-2 + 6 \cdot \frac{3}{4} - 4 \cdot \frac{9}{16} = \frac{-8+18-9}{4} = \frac{1}{4}$.
Somit liegt der Punkt $(1, 0.25)$ auf der Hüllkurve.