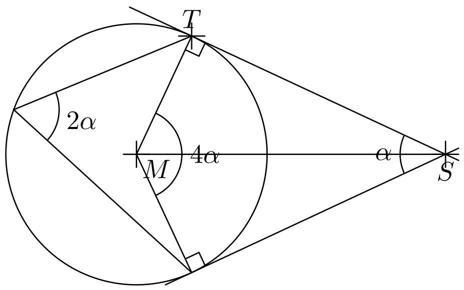
Winkel für beide Kreise über den Sehnen $[BT_1]$ und $[BT_2]$. Der andere Sehnen-Tangenten-Winkel $\sphericalangle(t_1, g)$ bzw. $\sphericalangle(t_2, g)$ ist gleich gross wie α. Damit haben wir in den Punkte T_1 und T_2 Wechselwinkel an der Geraden g und damit sind $t_1 \parallel t_2$.

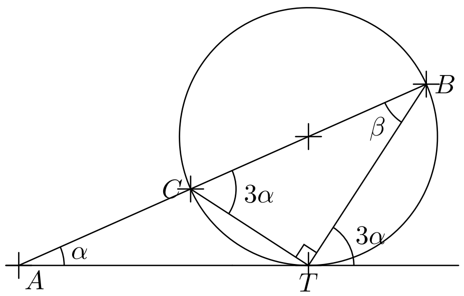
Lösung zu Aufgabe 4.44 ex-ortsbogen-winkel-berechnen-formell

a)



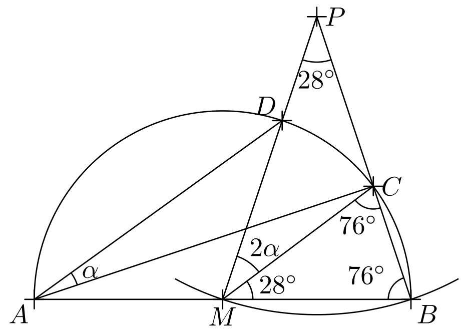
Der Zentriwinkel ist doppelt so gross wie der entsprechende Peripheriewinkel. MS halbiert die Winkel 4α und α.
Im $\triangle MST$ gilt: $180° = 90° + 2\alpha + \frac{1}{2}\alpha$, also $\frac{5}{2}\alpha = 90°$ und damit $\alpha = \frac{2}{5} \cdot 90° = 36°$.

b)



$\sphericalangle TCB = 3\alpha$ (Peripheriew. zum Sehnen-Tangenten-W.in T.)
$\sphericalangle CTB = 90°$ (Thaleskreis über $[BC]$).
$\sphericalangle CBT = \beta = 180° - 3\alpha - 90° = 90° - 3\alpha$
$\sphericalangle ATB = 180° - 3\alpha$ (Nebenwinkel).
Im $\triangle ATB$ gilt: $180° = \alpha + (180° - 3\alpha) = (90° - 3\alpha) = 270° - 5\alpha$
Nach α aufgelöst erhält man $\alpha = 18°$.

c)



$\sphericalangle PMC = 2\alpha$ (Zentriwinkel zum Peripheriewinkel α)
$\triangle PMB$ ist gleichschenklig mit Basis $[MB]$ und Basiswinkeln $(180° - 28°)/2 = 76°$.
$\triangle MBC$ ist gleichschenklig mit Basis $[BC]$ und damit ist der Winkel an der Spitze $\sphericalangle BMC = 28°$.
Somit gilt $\sphericalangle PMB = 76° = 2\alpha + 28°$. Also $2\alpha = 76° - 28° = 48°$ und damit $\alpha = 24°$.

Lösung zu Aufgabe 4.45 ex-ortsbogen-aufgabe-beweisen2

Hinweis: Dieser Beweis geht davon aus, dass $[AB]$ innerhalb des Dreiecks $\triangle BDC$ liegt:

Die Winkel $\sphericalangle BCD$ und $\sphericalangle BDC$ sind Peripheriewinkel über $[AB]$ und damit, unabhängig von g immer gleich gross. Damit ist auch der dritte Winkel im $\triangle BDC$ immer gleich gross, was zu beweisen war.

Wenn $[AB]$ ausserhalb des Dreiecks $\triangle BDC$ liegt, ist der Peripheriewinkel das Komplement zu 180° und ein Aussenwinkel des Dreiecks, womit der Innenwinkel wieder gleich gross ist.

Lösung zu Aufgabe 4.46 ex-ortsbogen-aufgabe-beweisen3-geogebra

Annahme: $[AC]$ und $[AD]$ sind die Diagonalen (andernfalls sind C und D zu vertauschen).

Die Winkel $\sphericalangle DAC$ und $\sphericalangle ADB$ sind Peripheriewinkel über den Sehnen $[DC]$ und $[AB]$. Diese Winkel sind immer gleich gross, auch wenn die Sehne $[CD]$ auf k wandert. Diese Winkel sind Innenwinkel im $\triangle AXD$ und damit ist der Winkel $\sphericalangle AXD$ auch immer gleich gross. Damit liegen alle möglichen Punkte X auf einem Ortsbogen über $[AB]$.

Lösung zu Aufgabe 4.47 ex-ortsbogen-winkel-berechnen-formell2

Diese Lösung ist für den Fall $\beta > \gamma$.

Sei $T = t \cap a$.

$\sphericalangle BAT = \gamma$ (Sehnen-Tangenten-Winkel zum Peripheriewinkel γ).

β ist Aussenwinkel im $\triangle ABT$ und damit $\beta = \gamma + \delta$ und somit $\delta = \beta - \gamma$.