



## 15 Quadratische Gleichungen und Funktionen

### 15.1 Quadratische Gleichungen

✂ **Aufgabe 15.1** (Aufgabe aus dem Altbabylonischen Reich, ca. 4000 Jahre alt<sup>1</sup>)

Wie lang sind die Seitenlängen eines Rechtecks, bei dem die Summe von Länge und Breite 14 ergibt und dessen Fläche 48 ist?

**Definition 15.1** Quadratische Gleichung

Eine **quadratische Gleichung** ist eine Gleichung, die auf die Form

$$ax^2 + bx + c = 0$$

gebracht werden kann für geeignete reelle Zahlen  $a, b, c \in \mathbb{R}$  mit  $a \neq 0$ .

### 15.2 Quadratisches Ergänzen

✂ **Aufgabe 15.2** Lösen Sie der Reihe nach die folgenden **quadratischen Gleichungen**. Die Gleichungen a) bis t) haben jeweils zwei Lösungen. Lösen Sie die Gleichungen u) bis x) ohne Diskussion der Spezialfälle.

- |                        |                         |                       |                        |
|------------------------|-------------------------|-----------------------|------------------------|
| a) $x^2 = 4$           | b) $x^2 = 2$            | c) $2x^2 = 3$         | d) $2x^2 = 16$         |
| e) $x^2 + 1 = 10$      | f) $x^2 - 1 = 10$       | g) $(x + 1)^2 = 4$    | h) $(x + 1)^2 = 2$     |
| i) $3(x + 1)^2 = 27$   | j) $x^2 + 2x + 1 = 9$   | k) $x^2 + 2x = 8$     | l) $2x^2 + 4x + 2 = 8$ |
| m) $x^2 - 2x + 1 = 16$ | n) $x^2 - 4x + 4 = 9$   | o) $x^2 - 4x = 5$     | p) $x^2 - 6x = 16$     |
| q) $3x^2 - 6x = 3$     | r) $2x^2 - 12x + 7 = 0$ | s) $-3x^2 + 18x = 12$ | t) $x^2 + x - 1 = 0$   |
| u) $ax^2 + c = 0$      | v) $x^2 + bx = 0$       | w) $x^2 + bx + c = 0$ | x) $ax^2 + bx + c = 0$ |

✂ **Aufgabe 15.3** (Aufgabe aus dem Algebra-Buch von al-Chwarizmi, etwa 825 n. Chr.<sup>2</sup>)

Bestimme alle Lösungen der Gleichung

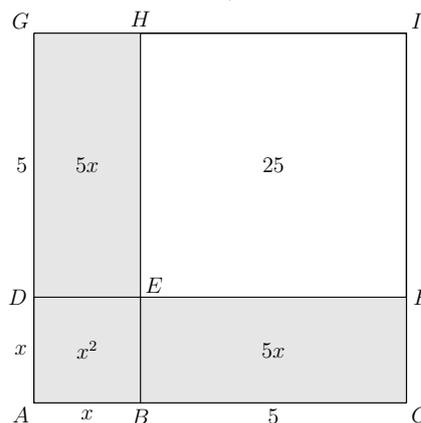
$$x^2 + 10x = 39$$

und interpretiere deinen Lösungsweg mit Hilfe der Zeichnung rechts geometrisch!

Wo und wieso hast du «quadratisch ergänzt»?

Bonus: Formuliere eine Textaufgabe, zu deren Lösung man die obige Gleichung aufstellen würde!

Hinweis: Verwende das hoffentlich in Aufgabe 15.2 erlernte Verfahren.



<sup>1</sup>[https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratische\\_Gleichung#Geschichte](https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratische_Gleichung#Geschichte), abgerufen am 28.02.2023

<sup>2</sup>[https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratische\\_Gleichung#Geschichte](https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratische_Gleichung#Geschichte), abgerufen am 28.02.2023