



**Merke 15.3** Diskriminante und Anzahl der Lösungen

Die **Diskriminante**

$$D \stackrel{\text{Def.}}{=} b^2 - 4ac$$

einer quadratischen Gleichung  $ax^2 + bx + c = 0$  entscheidet, wie viele reelle Lösungen die Gleichung hat:

- $D > 0$ : zwei reelle Lösungen  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
- $D = 0$ : eine reelle Lösung  $x = \frac{-b}{2a}$
- $D < 0$ : keine reelle Lösung

(lateinisch *discriminare* bedeutet *unterscheiden*)

✂ **Aufgabe 15.4** Lösen Sie Teilaufgaben m) bis t) aus Aufgabe 15.2 mit Hilfe der Mitternachtsformel.

✂ **Aufgabe 15.5** Lösen Sie die folgenden Gleichungen mit Hilfe der Mitternachtsformel. Geben Sie alle Wurzelterme in den Lösungen in Normalform an.

- a)  $3x^2 + 2x - 1 = 0$                       b)  $3x^2 + 2x + \frac{1}{3} = 0$                       c)  $3x^2 + 2x + 1 = 0$   
 d)  $2(x - 1)(x - 2) = (x - 3)(x - 4)$     e)  $x^2 = 4x + 16$                       f)  $5x(x - 65) = -4830$

✂ **Aufgabe 15.6** Die folgenden Aufgaben sind fast wortwörtlich aus «Quadratische Gleichungen, Repetitionsaufgaben» von Felix Huber, KSR, übernommen. Download [http://media.kswillisau.ch/ma/repetition/Quadratische\\_Gleichungen.pdf](http://media.kswillisau.ch/ma/repetition/Quadratische_Gleichungen.pdf)

- a) Von zwei Zahlen ist die eine um 50 grösser als die andere. Das Produkt der beiden Zahlen ist um 50 grösser als die Summe. Bestimmen Sie die beiden Zahlen. *Beispiel 14, S. 10*
- b) Ein Blumenbeet von 3 m Länge und 2 m Breite ist von einem Rasen konstanter Breite umgeben, so dass der Rasen und das Beet denselben Flächeninhalt haben. Wie breit ist der Rasen? *Beispiel 15, S. 10*
- c) Ein Mensch beginnt ein Geschäft mit Fr. 2000.-. Den Gewinn des ersten Jahres schlägt er voll zum Kapital. Im zweiten Jahr ist der Gewinn in Prozent genauso hoch, wodurch das Kapital auf Fr. 2645.- anwächst. Wie gross ist der jährliche Gewinn in Prozent? *Beispiel 16, S. 11*
- d) Das um 100 verminderte Quadrat einer gesuchten Zahl übertrifft die Zahl 200 um so viel, wie die gesuchte Zahl unter 300 liegt. *Aufgabe 23, S. 11*
- e) Die Grundlinie eines Dreiecks mit Flächeninhalt  $3.6 \text{ m}^2$  ist um 11.4 m länger als die zugehörige Höhe. Wie lang ist die Grundlinie? *Aufgabe 24, S. 11*

✂ **Aufgabe 15.7** Bestimmen Sie den Parameter  $t$  jeweils so, dass die Gleichung genau eine Lösung hat:

- a)  $x^2 + 2x + t = 0$                       b)  $tx^2 + 5x - 1 = 0$                       c)  $x^2 + tx + t = 0$   
 d)  $tx^2 + 3x = 3t$                       e)  $x^2 + x + 1 = tx$                       f)  $2x^2 + tx + t^2 + 1 = 0$

### 15.4 Quadratische Terme faktorisieren

**Satz 1**

Sind  $x_1$  und  $x_2$  die Lösungen einer quadratischen Gleichung  $ax^2 + bx + c = 0$ , so gilt die folgende Faktorisierung:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

D.h. die Lösungsformel kann zum Faktorisieren quadratischer Polynome verwendet werden.

Dies gilt auch, wenn die quadratische Gleichung genau eine Lösung  $x_1 = x_2$  hat.

Hat die quadratische Gleichung  $ax^2 + bx + c = 0$  keine Lösung, so gibt es keine solche Faktorisierung.