



Merke 15.3 Diskriminante und Anzahl der Lösungen

Die **Diskriminante**

$$D \stackrel{\text{Def.}}{=} b^2 - 4ac$$

einer quadratischen Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ entscheidet, wie viele reelle Lösungen die Gleichung hat:

- $D > 0$: zwei reelle Lösungen $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
- $D = 0$: eine reelle Lösung $x = \frac{-b}{2a}$
- $D < 0$: keine reelle Lösung

(lateinisch *discriminare* bedeutet *unterscheiden*)

✂ **Aufgabe 15.4** Lösen Sie Teilaufgaben m) bis t) aus Aufgabe 15.2 mit Hilfe der Mitternachtsformel.

✂ **Aufgabe 15.5** Lösen Sie die folgenden Gleichungen mit Hilfe der Mitternachtsformel. Geben Sie alle Wurzelterme in den Lösungen in Normalform an.

- a) $3x^2 + 2x - 1 = 0$ b) $3x^2 + 2x + \frac{1}{3} = 0$ c) $3x^2 + 2x + 1 = 0$
 d) $2(x - 1)(x - 2) = (x - 3)(x - 4)$ e) $x^2 = 4x + 16$ f) $5x(x - 65) = -4830$

✂ **Aufgabe 15.6** Die folgenden Aufgaben sind fast wortwörtlich aus «Quadratische Gleichungen, Repetitionsaufgaben» von Felix Huber, KSR, übernommen. Download http://media.kswillisau.ch/ma/repetition/Quadratische_Gleichungen.pdf

- a) Von zwei Zahlen ist die eine um 50 grösser als die andere. Das Produkt der beiden Zahlen ist um 50 grösser als die Summe. Bestimmen Sie die beiden Zahlen. *Beispiel 14, S. 10*
- b) Ein Blumenbeet von 3 m Länge und 2 m Breite ist von einem Rasen konstanter Breite umgeben, so dass der Rasen und das Beet denselben Flächeninhalt haben. Wie breit ist der Rasen? *Beispiel 15, S. 10*
- c) Ein Mensch beginnt ein Geschäft mit Fr. 2000.-. Den Gewinn des ersten Jahres schlägt er voll zum Kapital. Im zweiten Jahr ist der Gewinn in Prozent genauso hoch, wodurch das Kapital auf Fr. 2645.- anwächst. Wie gross ist der jährliche Gewinn in Prozent? *Beispiel 16, S. 11*
- d) Das um 100 verminderte Quadrat einer gesuchten Zahl übertrifft die Zahl 200 um so viel, wie die gesuchte Zahl unter 300 liegt. *Aufgabe 23, S. 11*
- e) Die Grundlinie eines Dreiecks mit Flächeninhalt 3.6 m^2 ist um 11.4 m länger als die zugehörige Höhe. Wie lang ist die Grundlinie? *Aufgabe 24, S. 11*

✂ **Aufgabe 15.7** Bestimmen Sie den Parameter t jeweils so, dass die Gleichung genau eine Lösung hat:

- a) $x^2 + 2x + t = 0$ b) $tx^2 + 5x - 1 = 0$ c) $x^2 + tx + t = 0$
 d) $tx^2 + 3x = 3t$ e) $x^2 + x + 1 = tx$ f) $2x^2 + tx + t^2 + 1 = 0$

15.4 Quadratische Terme faktorisieren

Satz 1

Sind x_1 und x_2 die Lösungen einer quadratischen Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$, so gilt die folgende Faktorisierung:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

D.h. die Lösungsformel kann zum Faktorisieren quadratischer Polynome verwendet werden.

Dies gilt auch, wenn die quadratische Gleichung genau eine Lösung $x_1 = x_2$ hat.

Hat die quadratische Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ keine Lösung, so gibt es keine solche Faktorisierung.