y-Richtung) verschobenen Normalparabel liegt. Bestimmen Sie jeweils die Funktionsgleichung der verschobenen Normalparabel und geben Sie diese in der Form $f(x) = ax^2 + bx + c$ an.

a) $S = (0, -2)$ b) $S = (2, 0)$ c) $S = (1, 1)$ d) $S = (-2, -3)$

Aufgabe 15.19 Schreiben Sie die folgenden quadratischen Funktionen jeweils in der Form $f(x) = (x - a)^2 + b$ und bestimmen Sie damit den Scheitel S der zugehörigen Parabel. *Hinweis: Quadratisch ergänzen.* Machen Sie zusätzlich eine kleine Handskizze der Graphen (Einheit 1 oder 2 Häuschen).

a) $f(x) = x^2 - 4x + 2$ b) $f(x) = x^2 + 12x - 5$ c) $f(x) = x^2 - 6x + 6$ d) $f(x) = x(x - 4)$

Aufgabe 15.20 Seien b und c zwei beliebige reelle Zahlen. Bestimmen Sie den Scheitel S der Parabel $f(x) = x^2 + bx + c$. *Hinweis: Quadratisch Ergänzen.*

Aufgabe 15.21 Skizzieren Sie, jeweils ausgehend vom Graphen der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$, die Graphen der folgenden Funktionen.

a) $f(x) = \sqrt{x}$ b) $g(x) = \sqrt{x-2} + 2$ c) $h(x) = \sqrt{x+2} - 2$ d) $i(x) = 2 + \sqrt{x-1}$

15.7.2 Graphen axial strecken

Merke 15.10 Strecken in y-Richtung

Wird eine Funktion (= ein «Funktionsterm») mit einer Zahl a multipliziert, so wird ihr Graph in y-Richtung mit dem Faktor a gestreckt (mit der x-Achse als Streckachse).

Beispiele:

- Der Graph der Funktion $g(x) = 3x^2$ entsteht aus dem Graphen der Funktion $f(x) = x^2$ durch Streckung in y-Richtung um den Faktor 3.
- Der Graph der Funktion $g(x) = -x^2 = (-1) \cdot x^2$ entsteht aus dem Graphen der Funktion $f(x) = x^2$ durch Streckung in y-Richtung um den Faktor -1, d.h. durch Spiegelung an der y-Achse.
- Der Graph der Funktion $g(x) = -3x^2$ entsteht aus dem Graphen der Funktion $f(x) = x^2$ durch Streckung in y-Richtung um den Faktor -3, d.h. durch Streckung in y-Richtung um den Faktor 3 und anschliessender Spiegelung an der x-Achse.

Merke 15.11 Strecken in x-Richtung

Wird x in einer Funktion «Funktionsterm») überall durch ax ersetzt, so wird ihr Graph in x-Richtung mit Faktor $\frac{1}{a}$ gestreckt (mit der y-Achse als Streckachse).

Beispiele:

- Der Graph der Funktion $g(x) = 2 \cdot (3x) + 1$ entsteht aus dem Graphen der Funktion $f(x) = 2x + 1$ durch Streckung in x-Richtung um den Faktor $\frac{1}{3}$ (eine «Stauchung hin zur y-Achse»).
- Der Graph der Funktion $g(x) = 2 \cdot (-x) + 1 = 2 \cdot ((-1) \cdot x) + 1$ entsteht aus dem Graphen der Funktion $f(x) = 2x + 1$ durch Streckung in x-Richtung um den Faktor $\frac{1}{-1} = -1$, also durch Spiegelung an der y-Achse.
- Der Graph der Funktion $g(x) = 2 \cdot (-3x) + 1$ entsteht aus dem Graphen der Funktion $f(x) = 2x + 1$ durch Streckung in x-Richtung um den Faktor $\frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$, also durch Streckung in x-Richtung mit dem Faktor $\frac{1}{3}$ und anschliessender Spiegelung an der y-Achse.
- Variation des Wachstumsbeispiels: Wenn $a(t)$ das Wachstum einer Person A beschreibt (in Abgängigkeit von der Zeit t) und eine andere Person B doppelt so schnell wächst, so beschreibt $a(2t)$ das Wachstum der Person B: Der Graph von $a(2t)$ (= der Wachstumsgraph von Person B) ist der in t-Richtung um den Faktor $\frac{1}{2}$ gestreckte (also um den Faktor 2 gestauchte) Graph von $a(t)$.

Aufgabe 15.22 Skizzieren Sie, jeweils ausgehend von der Normalparabel $f(x) = x^2$, die Graphen der folgenden Funktionen.

a) $g(x) = 2x^2$ b) $h(x) = (2x)^2$ c) $i(x) = -x^2$ d) $j(x) = -\frac{1}{2}x^2$